Dpto. de Ingeniería Eléctrica
Daniel Moríñigo Sotelo

MÁQUINAS ELÉCTRICAS, 3º Ingenieros Industriales

Examen Ordinario

14 de Febrero de 2004

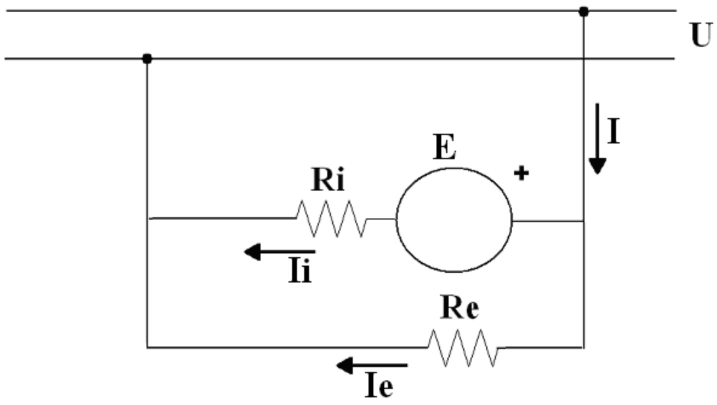
Problema 1.

Un motor derivación consume una corriente de 20 A cuando gira a 1000 r.p.m., siendo la tensión de alimentación de 200 V. La resistencia de inducido es de 0,1 Ω y la resistencia de campo de 100 Ω. Suponer que el flujo es proporcional a la corriente de excitación. Si el par de carga se reduce a la mitad y se ha colocado una resistencia de 0,25 Ω en serie con el circuito de inducido, y otra de 25 Ω en serie con el circuito de campo, calcular:

1. La corriente consumida.
2. La velocidad de giro del motor.

Solución:

Tenemos un motor de corriente continua con excitación derivación, y cuyo circuito eléctrico equivalente es el siguiente:



Circuito eléctrico equivalente del motor DC de excitación derivación.

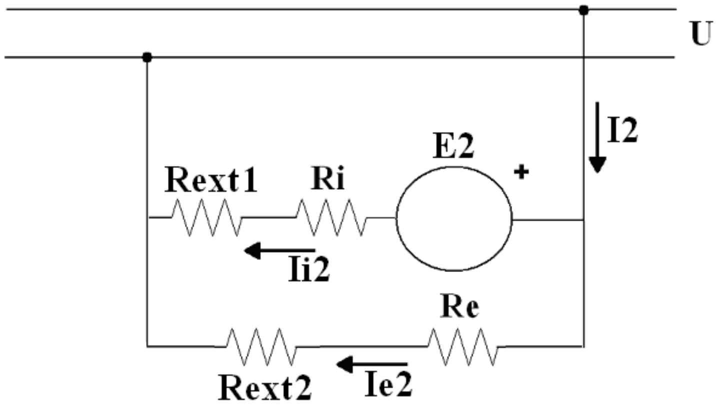
Conocemos el valor de las dos resistencias que aparecen en el circuito eléctrico anterior:

- Resistencia del inducido: R_i = 0,1 Ω.
- Resistencia de campo o de excitación: R_{ex} = 100 Ω.

Se modifica el funcionamiento del motor añadiendo dos resistencias externas:

- Resistencia en serie con el circuito del inducido y de valor: 0,25 Ω.
- Resistencia en serie con el devanado de excitación y de valor: 25 Ω.

El circuito equivalente del motor cambia después de añadir estas dos nuevas resistencias externas.



Circuito eléctrico equivalente del motor DC de excitación derivación con las resistencias externas.

Antes de comenzar la resolución del problema debemos realizar las siguientes hipótesis:

- Despreciamos la reacción de inducido.
- Despreciamos las pérdidas por rozamiento mecánico y la pérdidas en el hierro.
- Consideramos despreciables la caída de tensión en las escobillas.

El flujo creado por el devanado de excitación es proporcional a la corriente que circula por dicho devanado.

$$\Phi = K \cdot I_e$$

donde K es una constante de proporcionalidad. Teniendo en cuenta esto, podemos modificar dos de las ecuaciones que definen el comportamiento de una máquina de corriente continua.

$$E = C_1 \cdot n \cdot \Phi = C_1 \cdot n \cdot K \cdot I_e = \left(C_1 \cdot K\right) \cdot n \cdot I_e = K_1 \cdot n \cdot I_e$$
$$M_i = C_2 \cdot I_i \cdot \Phi = C_2 \cdot I_i \cdot K \cdot I_e = \left(C_2 \cdot K\right) \cdot I_i \cdot I_e = K_2 \cdot I_i \cdot I_e$$

La fuerza electromotriz inducida es proporcional a la velocidad de giro y a la corriente de excitación. El par interno desarrollado por la máquina es directamente proporcional al producto de la corriente de excitación y de la corriente del inducido.

Inicialmente el motor está funcionando con las siguientes magnitudes:

- Corriente consumida. I = 20 A.
- Velocidad de giro. n = 1000 r.p.m.
- Tensión de alimentación. U = 200 V.

Con estos datos podemos determinar:

- Corriente de excitación.

$$U = R_e \cdot I_e$$
$$I_e = \frac{U}{R_e} = \frac{200}{100} = 2\ A$$

- Corriente que circula por el inducido.

$$I_i = I - I_e = 20 - 2 = 18\ A$$

- Fuerza electromotriz inducida.

$$E = U - R_i \cdot I_i = 200 - 0{,}1 \cdot 18 = 198{,}2\ V$$

- Par interno.

$$P_i = E \cdot I_i = M_i \cdot \Omega = M_i \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n$$

$$M_i = \frac{E \cdot I_i}{\frac{2\pi}{60} \cdot n} = \frac{60 \cdot 198,2 \cdot 18}{2\pi \cdot 1000} = 34,1\ Nm$$

Posteriormente se modifica el comportamiento de la máquina añadiendo las resistencias externas, pero manteniendo la tensión de alimentación. Además el par resistente se reduce a la mitad. Al despreciar las pérdidas mecánicas, el par resistente, que es el par útil que tiene que desarrollar el motor, coincide con el par interno. Con estos datos podemos determinar la corriente que circula por el circuito de excitación:

$$I_{e2} = \frac{U}{R_e + R_{ext2}} = \frac{200}{100+25} = 1,6\ A$$

Anteriormente determinamos el par interno que desarrollaba el motor. El nuevo par interno es justamente la mitad, y esto nos permite calcular la nueva corriente que circula por el inducido.

$$M_{i2} = \frac{M_i}{2}$$

$$K_2 \cdot I_{i2} \cdot I_{e2} = \frac{K_2 \cdot I_i \cdot I_e}{2}$$

$$I_{i2} = \frac{I_i \cdot I_e}{2 \cdot I_{e2}} = \frac{18 \cdot 2}{2 \cdot 1,6} = 11,25\ A$$

La corriente que consume el motor en la segunda situación de funcionamiento será:

$$\boxed{I_2 = I_{i2} + I_{e2} = 11,25 + 1,6 = 12,85\ A}$$

Para determinar la velocidad vamos a emplear la fuerza electromotriz inducida. En la nueva situación de funcionamien tiene el siguiente valor:

$$E_2 = U - \left(R_i + \mathrm{R}_{ext1}\right) \cdot I_2 = 200 - \left(0,1 + 0,25\right) \cdot 11,25 = 196,1\ V$$

La fuerza electromotriz inducida es proporcional a la velocidad de giro y a la corriente de excitación:

$$E = K_1 \cdot n \cdot I_e$$

$$E_2 = K_1 \cdot n_2 \cdot I_{e2}$$

En las dos ecuaciones anteriores, la única incógnita es la velocidad de giro n_2. La constante de proporcionalidad K_1 tampoco es conocida pero si dividimos las dos expresiones queda eliminada.

$$\frac{E}{E_2}=\frac{n\cdot I_e}{n_2\cdot I_{e2}}$$

$$n_2=\frac{n\cdot I_e}{I_{e2}}\cdot\frac{E_2}{E}$$

$$n_2=\frac{1000\cdot 2}{1,6}\cdot\frac{196,1}{198,2}$$

$$\boxed{n_2=1236,52\ r.p.m.}$$

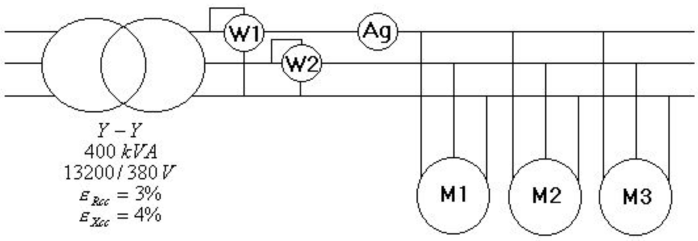
MÁQUINAS ELÉCTRICAS, 3º Ingenieros Industriales

Examen Ordinario

14 de Febrero de 2004

Problema 2.

Una instalación industrial está alimentada por un transformador trifásico, conexión Y-Y, que alimenta a 380 V tres motores asíncronos trifásicos de jaula de ardilla, como se indica en el esquema de la figura adjunta.



Los tres motores trifásicos son idénticos, tienen 10 polos, y los parámetros de su circuito equivalente son los siguientes:

$$R_1 = 0{,}5\ \Omega;\ R_2' = 0{,}8\ \Omega;\ X_1 = 3\ \Omega;\ X_2' = 3{,}5\ \Omega.$$

Se puede despreciar la rama en paralelo y las pérdidas mecánicas. Se pide:

1. Si en la placa de características de los motores pone 220/380 V, ¿como se conecta el estator de cada uno de ellos?.

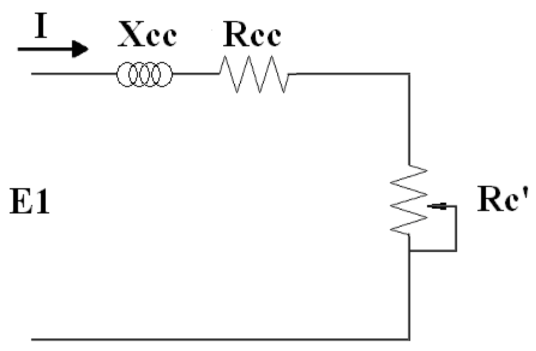
2. Suponiendo que la tensión de alimentación de los motores es 380 V, y que los motores M1 y M2 están trabajando con un deslizamiento del 4%, y el motor M3 del 2%, calcular la tensión en el primario del transformador.

3. Calcular la tensión en el secundario del transformador en el instante de arranque de los tres motores, suponiendo que arrancan simultáneamente y que la tensión en el primario del transformador es de 13200 V.

Solución:

1. El estator de los tres motores se conecta en estrella.

2. El circuito equivalente por fase de cada motor es el mostrado en la siguiente figura.



Circuito equivalente del motor de inducción, despreciando la rama en paralelo.

Todos los motores tienen la misma impedancia interna y la misma resistencia del rotor referida al estator. El único parámetro distinto es la resistencia equivalente de carga debido a que cada motor trabaja en un régime de funcionamiento distinto.

- Impedancia interna.

$$R_{cc} = R_1 + R_2' = 0,5 + 0,8 = 1,3\ \Omega/fase$$
$$X_{cc} = X_1 + X_2' = 3 + 3,5 = 6,5\ \Omega/fase$$

- Resistencia equivalente de carga.
    - Motores M1 y M2, trabajando con un deslizamiento del 4%.

$$R_c' = R_2'\left(\frac{1}{s} - 1\right) = 0,8\left(\frac{1}{0,04} - 1\right) = 19,2\ \Omega/fase$$

    - Motor M3, trabajando con un deslizamiento del 2%.

$$R_c' = R_2'\left(\frac{1}{s} - 1\right) = 0,8\left(\frac{1}{0,02} - 1\right) = 39,2\ \Omega/fase$$

Debemos tener en cuenta que la conexión del motor es en estrella, y la tensión de alimentación es de 380 V (valor de línea). Tomamos como origen de fases, en el circuito eléctrico equivalente por fase, la tensión de alimentación.

$$\vec{E} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^{\circ}\ V$$

Teniendo en cuenta que hemos despreciado la rama de vacío en los motores, la corriente de fase consumida por cada uno de ellos es la siguiente:

- Motores M1 y M2.

$$\vec{I}_{M1} = \vec{I}_{M2} = \frac{\vec{E}}{\left(R_{cc} + j \cdot X_{cc}\right) + R_c'} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ}{\left(1,3 + j \cdot 6,5\right) + 19,2} = 10,20\angle -17,60^\circ \ A$$

- Motor M3.

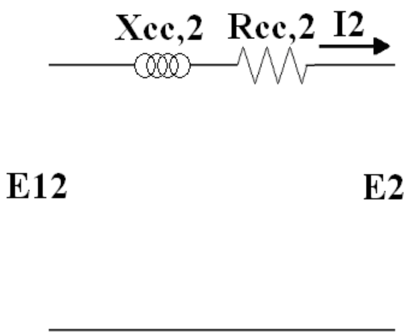
$$\vec{I}_{M3} = \frac{\vec{E}}{\left(R_{cc} + j \cdot X_{cc}\right) + R_c'} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ}{\left(1,3 + j \cdot 6,5\right) + 39,2} = 5,35\angle -9,12^\circ \ A$$

La corriente total que consumen los tres motores, y que es la que suministra el transformador será la siguiente:

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_{M1} + \vec{I}_{M2} + \vec{I}_{M3} = 25,71\angle -15,84^\circ \ A$$

La corriente anterior es la corriente, valor de fase, que entregua el transformador en su secundario a la carga. Ya conocemos en los terminales de salida del transformador los valores de fase de la tensión y de la corriente:

$$\vec{I}_2 = 25,71\angle -15,84^\circ \ A$$
$$\vec{E}_2 = \frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ \ V$$



Circuito eléctrico equivalente por fase del transformador referido al secundario.

Vamos a emplear el circuito eléctrico equivalente por fase del transformador, referido al secundario, para obtener la tensión en su devanado primario. Primero vamos a calcular su impedancia interna referida al secundario:

$$S_n = \sqrt{3} \cdot U_{2n} \cdot I_{2n}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{400.000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 607,74\ A$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc2} \cdot I_{2n}}{E_{2n}};\ R_{cc2} = \frac{\varepsilon_{Rcc} \cdot E_{2n}}{I_{2n}} = \frac{0,03 \cdot 380/\sqrt{3}}{607,74} = 0,010830\ \Omega$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc2} \cdot I_{2n}}{E_{2n}};\ X_{cc2} = \frac{\varepsilon_{Xcc} \cdot E_{2n}}{I_{2n}} = \frac{0,04 \cdot 380/\sqrt{3}}{607,74} = 0,014440\ \Omega$$

La tensión de fase en el primario del transformdor referida al secundario, se obtendrá de la siguiente forma:

$$\vec{E}_{12} = \vec{E}_2 + \left(R_{cc2} + j \cdot X_{cc2}\right) \cdot \vec{I}_2$$

$$\vec{E}_{12} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^{\circ} + \left(0,010830 + j \cdot 0,014440\right) \cdot 25,71 \angle -15,84^{\circ}$$

$$\vec{E}_{12} = 219,76 \angle 0,07^{\circ}\ V$$

Para obtener la tensión real en el primario, primero debemos referir este valor a su propio devanado multiplicando por la relación de transformación:

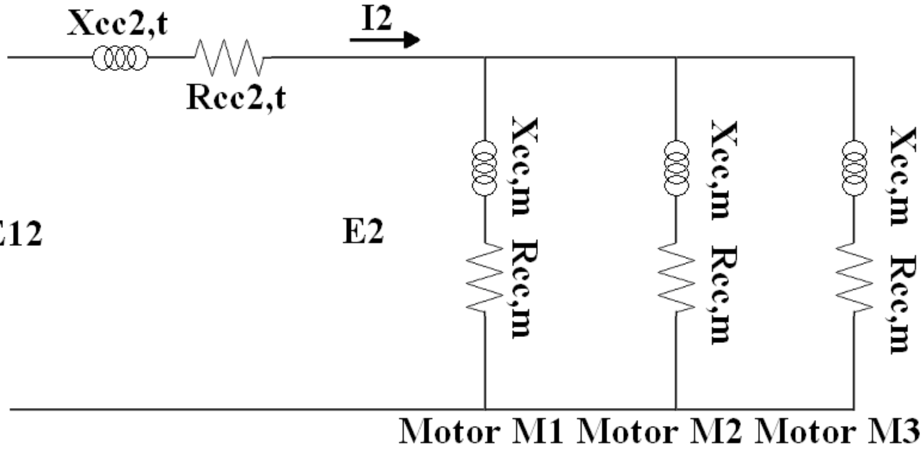
$$r_t = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{13200/\sqrt{3}}{380/\sqrt{3}} = 34,74$$

$$E_1 = E_{12} \cdot r_t = 7633,85\ V$$

La tensión en el primario del transformador será:

$$\boxed{U_1 = \sqrt{3} \cdot E_1 = 13222,22\ V}$$

3. En este apartado tenemos que determinar la tensión en el secundario del transformador en el instante de arranque de los tres motores. Ahora es conocida la tensión en el primario del transformador, 13200 V (valor de línea). Vamos a emplear el circuito equivalente por fase de todo el sistema como herramienta de cálculo. El circuito eléctrico equivalente por fase de los motores queda reducido sólo a su impedancia interna. Justo en el instante de arranque, la resistencia equivalente de carga es nula. El circuito equivalente total, referido al secundario del transformador, es el siguiente:



Circuito eléctrico equivalente referido al secundario del transformador.

La tensión en los terminales del devanado primario (valor de fase), referida al secundario tendrá el valor 380/√3 V. Además tomamos esta tensión como origen de fases:

$$\vec{E}_{12} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^{o}\ V$$

Teniendo en cuenta que los tres motores está respresentados por tres impedancias idénticas conectadas en paralelo, podemos determinar la corriente que está suministrando el transformador justo en el instante de arranque:

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{E}_{12}}{\left(R_{cc2,t} + j \cdot X_{cc2,t}\right) + \frac{R_{cc,m} + j \cdot X_{cc,m}}{3}}$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^{o}}{\left(0,010830 + j \cdot 0,014440\right) + \frac{1,3 + j \cdot 6,5}{3}}$$

$$\vec{I}_2 = 98,57 \angle -78,5^{o}\ A$$

La tensión en el secundario del transformador será la siguiente:

$$\vec{E}_2 = \frac{R_{cc,m} + j \cdot X_{cc,m}}{3} \cdot \vec{I}_2$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1,3 + j \cdot 6,5}{3} 98,57 \angle -78,5^{o}$$

$$\vec{E}_2 = 217,79 \angle 0,2^{o}\ V$$

Por lo tanto la tensión en el secundario del transformador será:

$$\boxed{U_2 = E_2\sqrt{3} = 377,22\,V}$$