



Dpto. de Ingeniería Eléctrica

E.T.S. de Ingenieros Industriales

Universidad de Valladolid



2003/2004

MÁQUINAS ELÉCTRICAS:

MÁQUINA ASÍNCRONA

3º DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Boletín de Problemas

MÁQUINA ASÍNCRONA

Problemas propuestos

1. Se tiene un motor asíncrono trifásico con un rotor en jaula de ardilla, que tiene los siguientes datos en su placa de características:

$$10 \text{ kW} ; 220/380 \text{ V} ; 50 \text{ Hz} ; 19 \text{ A} ; 1425 \text{ r.p.m.} ; \cos \varphi = 0,90$$

Se conecta a una red de 380 V, 50 Hz. Se suponen despreciables las pérdidas mecánicas y no es necesario considerar la rama paralelo del circuito equivalente. Calcular:

- a) Los parámetros del motor.
- b) El par de arranque y el par de plena carga del motor. ¿Qué tipo de par resistente debe de tener el motor para que pueda arrancar?. ¿Por qué?.
- c) El rendimiento del motor con par máximo.
- d) La velocidad que deberá darse al motor por medio de un motor primario externo para que la máquina asíncrona funcione como generador entregando su potencia nominal a la red. Tómese la velocidad más pequeña de las dos posibles.

2. Se tiene un motor de 19 kW, 230 V, 4 polos, trifásico, a 50 Hz, en estrella. Cuando trabaja a tensión y frecuencias nominales, las pérdidas en el cobre del rotor para par máximo son 8 veces las que tendría para par nominal y el deslizamiento a plena carga (nominal) es de 0,03. Se puede despreciar la resistencia y reactancia del estator y las pérdidas por rozamiento. La resistencia y reactancia del rotor tienen un valor constante. Se pide:

- a) Deslizamiento para par máximo.
- b) Par máximo.
- c) Par de arranque.

3. Determinar los parámetros del circuito equivalente aproximado correspondiente a un motor asíncrono conectado en estrella, cuyos ensayos han dado los siguientes resultados:

Vacío: $U_0 = 220 \text{ V}$, $P_0 = 1000 \text{ W}$; $I_0 = 20 \text{ A}$; $P_m = 400 \text{ W}$.

Rotor Parado: $U_{cc} = 30 \text{ V}$; $P_{cc} = 1500 \text{ W}$; $I_{cc} = 50 \text{ A}$

Con los datos obtenidos y sabiendo que la resistencia por fase del estator es de $0,1 \Omega$, calcular la potencia útil cuando el deslizamiento es del 5 %.

4. Un motor de inducción trifásico de 7 CV, 220 V, 6 polos, 50 Hz y conexión en estrella absorbe de la línea de alimentación 7,2 kVA con factor de potencia 0,844 cuando suministra su potencia nominal, dando un par de salida de 51,2 Nm. Suponiendo unas pérdidas rotatorias constantes de 400 W, calcular, para el motor funcionando en dichas condiciones:

- a) El rendimiento del motor.
- b) La velocidad del motor.
- c) La potencia perdida en el cobre del rotor.
- d) La potencia perdida en el cobre del estator.
- e) La resistencia por fase del estator.

5. Se ha entregado a un laboratorio de ensayos un motor asíncrono trifásico con conexión en estrella, en cuya placa de características se lee:

Potencia útil	4 kW.
Tensión nominal	220 V a 50 Hz.
Corriente nominal	14,5 A.
Velocidad síncrona	1500 r.p.m.
Conexión en Y.	

y se solicita un certificado en el que se haga constar: el par y la velocidad nominales, y el par y la corriente de arranque. Los ensayos realizados proporcionan los siguientes datos:

Ensayo en vacío	220 V,	5,1 A,	360 W.
Ensayo en corto circuito	52 V,	14,5 A,	490 W.
Resistencia/fase del estator			$0,35 \Omega$.
Pérdidas mecánicas			250 W.

Se pide:

- a) Obtener los parámetros del circuito equivalente aproximado.

b) Determinar los datos técnicos del motor que se han solicitado al laboratorio.

6. Un motor asíncrono trifásico de 12 polos está conectado a una red de 60 Hz y gira con un deslizamiento de $s = 0,02$. Determinar:

- a) La velocidad del campo magnético giratorio creado por el estator en r.p.m.
- b) Velocidad relativa respecto al rotor del campo magnético giratorio creado por el rotor en r.p.m.
- c) Velocidad absoluta del campo magnético giratorio creado por el rotor en r.p.m.
- d) Frecuencias de las corrientes del rotor.
- e) Ángulo geométrico entre dos polos consecutivos del estator del mismo signo.
- f) Si el motor es de rotor bobinado, ¿para cuantos polos debe estar bobinado el rotor?
- g) Si el motor es de rotor en jaula, con 36 barras, ¿cuál es el número de fases del rotor?. ¿Porqué?
- h) Si el motor es de rotor bobinado, con anillos rozantes, y la tensión entre anillos, estando éstos en circuito abierto, es de 170 V, ¿cuál será la f.e.m. eficaz inducida en el rotor cuando el motor trabaja en condiciones nominales?

7. Se tiene una estación de bombeo de agua, que lleva una bomba centrífuga que tiene incorporado un motor asíncrono trifásico en jaula de ardilla de 15 CV, 380 - 220 V, 50 Hz, 6 polos y que tiene los siguientes parámetros:

$$R_1 = R_2' = 0,8 \, \Omega; X_1 = X_2' = 2 \, \Omega; P_{Fe} = P_m = 0$$

(se puede prescindir de la rama en paralelo del circuito equivalente).

- a) Si la red es de 380 V, 50 Hz, ¿cómo se conectará el motor?. Dibujar el cuadro de bornes, indicando el nombre normalizado de los terminales.
- b) Conectado el motor correctamente, de acuerdo con el apartado anterior, ¿cuál será el par de arranque del motor con tensión nominal?. Si el par resistente ofrecido por la bomba en el arranque es de 50 Nm ¿arrancará el motor?
- c) Si en régimen permanente, el par resistente es igual a 100 Nm ¿cuál será la velocidad a la cual girará el motor?
- d) ¿Qué corriente absorberá el motor en el caso anterior?. ¿Cuánto valdrá la potencia desarrollada por el motor en el eje?

e) Si el motor se alimenta por medio de un transformador ideal de relación 15 kV / 380 V $\pm$ 5%, conexión Dy11, a través de una línea trifásica de impedancia $0,1 + j 0,5 \Omega/\text{fase}$ ¿arrancará el motor?. Recuerdese que el par resistente en el arranque es de 50 Nm. En caso negativo, ¿que procedimiento sería el mas adecuado para que pueda arrancar el motor?.

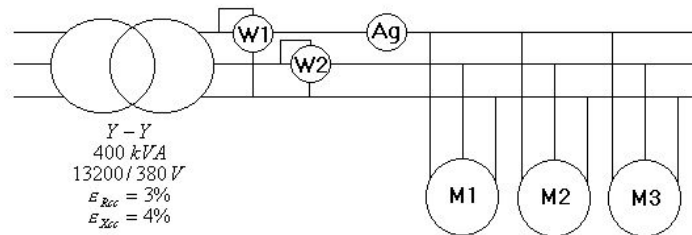
8. Un motor trifásico de inducción de 6 polos, 50 Hz y 7 CV tiene los siguientes valores, en ohmios por fase referidos al estator, para una conexión en estrella:

$$r_1 = 0,20; \quad r_2 = 0,15; \quad x_1 = 0,50; \quad x_2 = 0,21; \quad x_m = 14,31$$

Suponiendo constantes las pérdidas rotatorias de valor 390 W, y sabiendo que las pérdidas en el cobre del rotor a plena carga son de 115 W, calcular:

- La velocidad del motor a plena carga.
- La tensión de alimentación a plena carga.
- Con la tensión calculada en b) aplicada, el par interno máximo que puede suministrar el motor.

9. Una instalación está alimentada por un transformador trifásico, conexión Y-Y, que alimenta a 380 V tres motores asíncronos trifásicos de jaula de ardilla, como se indica en el esquema de la figura adjunta.



Los tres motores trifásicos son idénticos, tienen 10 polos, y los parámetros de su circuito equivalente son los siguientes:

$$R_1 = 0,5 \Omega; R_2' = 0,8 \Omega; X_1 = 3 \Omega; X_2' = 3,5 \Omega.$$

Se puede despreciar la rama en paralelo y las pérdidas mecánicas. Se pide:

- Si en la placa de características de los motores pone 220/380 V, ¿como se conecta el estator de cada uno de ellos?.
- Los motores M1 y M2 están trabajando con un deslizamiento del 4%, y el motor M3 del 2%. Calcular el rendimiento de cada uno de los motores.

- c) Lectura de cada uno de los aparatos de medida de la figura.
- d) Tensión en el primario del transformador.
- e) Factor de potencia en el lado de alta tensión del transformador, rendimiento del transformador y rendimiento total de la instalación.
- f) Potencia reactiva y capacidad por fase de una batería de condensadores conectados en triángulo antes del transformador en el lado de alta tensión, que eleve el factor de potencia hasta la unidad.
- g) Contestar al apartado c cuando la instalación lleva incorporados los condensadores del apartado f.

10. Para accionar un compresor del sistema neumático de un avión se utiliza un motor de inducción trifásico de cuatro polos conectado a la red de a bordo de 200 V de tensión entre fases a 400 Hz. Las resistencias y reactancias de dicho motor, en ohmios por fase para una conexión en estrella, son:

$$r_1 = 1,0; \quad r_2 = 0,7; \quad x_1 = x_2 = 1,0$$

Un ensayo de dicho motor en vacío con la tensión nominal ha dado los siguientes resultados: $I_0 = 3$ A y $P_0 = 200$ W. Calcular:

- a) La potencia del motor sabiendo que la velocidad a plena carga es 10.800 r.p.m.
- b) El par suministrado al compresor a plena carga.
- c) La corriente de arranque.

11. Un motor de inducción trifásico de 5 HP, 60 Hz, 220 V y 4 polos fue probado y se obtuvieron los siguientes datos:

$$\text{Prueba de vacío} \quad V_o = 220 \text{ V}; \quad P_o = 310 \text{ W}; \quad I_o = 6,2 \text{ A.}$$

$$\text{Prueba de carga} \quad V_c = 220 \text{ V}; \quad P_c = 3650 \text{ W}; \quad I_c = 11,3 \text{ A}; \quad n_c = 1710 \text{ r.p.m.}$$

La resistencia del estator por fase es de $0,3 \Omega$. Calcular:

- a) La suma de las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el hierro.

Con los datos de la prueba de carga calcular:

- b) Las pérdidas en el cobre del estator.
- c) La potencia de entrada al rotor.
- d) Las pérdidas en el cobre del rotor.

- e) Potencia de salida en el rotor en W.
- f) Potencia de salida en HP.
- g) Par desarrollado.
- h) Porcentaje de eficiencia bajo carga (rendimiento).
- i) Factor de potencia del motor.

12. Se dispone de un motor asíncrono de 205 CV, 1800 V, 6 polos y 50 Hz. En el laboratorio del Departamento se realizaron los siguientes ensayos:

VACIO:	tensión	1800 V.
	intensidad	17 A.
	potencia	5000 W.
CORTO:	tensión	231 V.
	intensidad	35 A.
	potencia	2000 W.

Por otra parte, se determinó que la resistencia del estator por fase es de 1Ω (dato real), las pérdidas mecánicas son de 1000 W y que el motor está conectado en delta. Se pide:

- a) La velocidad nominal de funcionamiento del motor.
- b) El factor de potencia del motor.
- c) El rendimiento para el régimen nominal.
- d) El par de arranque y el par máximo.

13. Un motor de inducción trifásico de 220 V, 50 Hz, 6 polos y conexión estrella se ha ensayado en vacío y en cortocircuito, obteniéndose los siguientes resultados:

Vacío:	220 V.	20,8 A.	840 W.
Corto:	45 V.	50 A.	1000 W.

La resistencia del estator por fase es $0,047 \Omega$ y las pérdidas mecánicas son de 200 W. Se pide:

a) Calcular la velocidad de funcionamiento, potencia y par útiles, y el rendimiento si absorbe una corriente de 62 A con un factor de potencia 0,85.

b) Obtener la corriente y par de arranque del motor.

c) Calcular la corriente que absorbe cuando desarrolla su par máximo y el valor de dicho par.

14. Un motor trifásico de inducción tiene 4 polos, 50 Hz, una resistencia y reactancia del rotor de $0,03 \Omega/\text{fase}$ y $0,12 \Omega/\text{fase}$, respectivamente.

¿Cuál es el valor de la velocidad para la cual se obtiene el par máximo?

Hallar la resistencia exterior del rotor, por fase, que debe insertarse para obtener en el arranque el 75% del par máximo.

¿En qué % se reducirá por ello la corriente y cuál será ahora el f.d.p en reposo?. $R_e = X_e = 0$.

15. Un motor de inducción alimentado con una fuente de tensión trifásica de 220 V, 50 Hz, está proyectado para funcionar con un deslizamiento y velocidad nominal del 4 por 100 y 1400 rpm, respectivamente. Los resultados del ensayo en vacío son:

$$V = 220 \text{ V}; \quad I = 1,38 \text{ A}; \quad P = 225 \text{ W}$$

Los resultados del ensayo con rotor fijo son:

$$V = 45,2 \text{ V}; \quad I = 12,8 \text{ A}; \quad P = 450 \text{ W}$$

Las tensiones en ambos ensayos es entre fases. La resistencia por fase (conexión en Y) del estator es de $0,52 \Omega$. Calcular:

a) La intensidad de arranque.

b) El par de arranque.

c) La resistencia por fase que sería necesario conectar en serie con el estator para que la intensidad de arranque se reduzca a la mitad.

d) El par de arranque en las condiciones del apartado anterior.

16. Un motor trifásico de inducción tiene una resistencia de R_r igual a 1Ω . Cuando funciona a plena carga su deslizamiento es del 3%. Al aumentar el par resistente se produce un frenado llegando a pararse cuando el par sobrepasa los 100 Nm. Para dicho par crítico el deslizamiento es del 10%. Calcular:

- a) La resistencia que hay que poner en serie con R_r para que el par máximo se de en el arranque.
- b) En este ultimo caso, calcular el valor de tal par máximo.

Despreciar R_e y X_e .

17. Un motor de inducción trifásico de 6 polos, 50 Hz, absorbe una potencia de 20 kW, cuando gira a 960 r.p.m. Las pérdidas totales del estator son de 0,5 kW y las de rozamiento y ventilación son de 1 kW. Calcular:

- a) El deslizamiento.
- b) Las pérdidas en el cobre del rotor.
- c) El rendimiento.

18. Un motor asíncrono de 6 polos, 400 Hz, 200 V, trifásico, conectado en estrella, tiene las siguientes constantes referidas al estator.

Resistencia del estator	0,294 Ohm
Reactancia del estator	0,503 Ohm
Resistencia del rotor	0,144 Ohm
Reactancia del rotor	0,209 Ohm
Reactancia de magnetización	13,25 Ohm

Las pérdidas por rozamiento son de 403 W y son independientes de la carga. Para un deslizamiento del 2%, hallar la velocidad, potencia y par en el eje (útil), corriente en el estator, factor de potencia y rendimiento cuando el motor trabaja a tensión y frecuencias nominales.

19. Un motor asíncrono trifásico tiene los siguientes parámetros:

$$R_1 = R_2' = 0,5 \text{ W}; X_{cc} = 5 \text{ W}$$

Si su capacidad de sobrecarga es igual a 2,2 ($M_{\text{máx}}/M_n$), calcular la relación entre el par de arranque y el par nominal en los siguientes casos:

- a) Arranque directo.
- b) Arranque por autotransformador con una tensión inicial del 75 % de la nominal.

c) Arranque estrella - triángulo.

20. Un motor de inducción trifásico de 6 polos gira a la velocidad de 950 r.p.m., desarrollando una potencia de 30 CV. La tensión de funcionamiento es de 380 V y la frecuencia de 50 Hz. Se sabe que las pérdidas mecánicas son iguales a 1400 W, y el f.p.d. a plena carga es de 0,88. Calcular en estas condiciones:

- a) Las pérdidas en el cobre del rotor.
- b) El rendimiento, siendo las pérdidas totales en el estator de 200 W.
- c) La corriente absorbida de la red.
- d) La frecuencia de las tensiones inducidas en el rotor.

21. Un motor trifásico de inducción de 220 V, 60 Hz, 2 polos, toma una corriente de 12 A con factor de potencia 0,88 atrasado, operando a 3500 r.p.m. y su potencia es de 5 HP. Los datos de las pruebas de vacío y cortocircuito son los siguientes:

Prueba de vacío:

$$I_0 = 6 \text{ A}$$

$$V_0 = 220 \text{ V}$$

$$P_0 = 340 \text{ W}$$

Prueba de corto a rotor bloqueado:

$$I_{cc} = 12 \text{ A}$$

$$V_{cc} = 51 \text{ V}$$

$$P_{cc} = 450 \text{ W}.$$

Calcular:

- a) La resistencia equivalente total por fase.
- b) Las pérdidas rotacionales.
- c) Las pérdidas en el cobre a 50%, 75% y 125%, de plena carga.
- d) El rendimiento en cada uno de los valores de carga, del apartado anterior.
- e) Si la resistencia del estator es de $0,52 \Omega$ /fase, calcular las pérdidas rotacionales y el rendimiento a plena carga.

Nota: Suponer que la conexión del estator es en estrella y que se puede despreciar la rama en paralelo del circuito equivalente.

22. Un motor trifásico de 4 kW, 400 V, 1405 r.p.m., 50 Hz, de anillos rozantes, tiene el rotor conectado en estrella y el estator en triángulo, ambos devanados con igual número de espiras y similares factores de devanado. La resistencia entre anillos del rotor es de $1,5 \Omega$ y la inductancia rotórica por fase es de 30 milihenrios. Calcular:

- a) El deslizamiento y su par útil a plena carga.
- b) La resistencia por fase a intercalar en serie con el rotor para obtener el par de arranque máximo.
- c) El valor de la corriente de punta de arranque en el rotor, cuando se ha conectado la resistencia del apartado b).

23. Disponemos de un motor trifásico asíncrono conectado en delta de 203 CV, 1732 V, 8 polos y 50 Hz. A este motor se le realizaron los siguientes ensayos:

VACIO:	tensión de línea	1732 voltios.
	intensidad de línea	18 amperios.
	Potencia	4900 vatios.
CORTO:	tensión de línea	254 voltios.
	intensidad de línea	35 amperios.
	Potencia	2200 vatios.

Conocemos, además, que la resistencia del estator por fase es de 1Ω (dato real) y que las pérdidas mecánicas son de 1100 W. Se pide:

- a) La velocidad nominal de funcionamiento del motor.
- b) El rendimiento nominal.
- c) El factor de potencia del motor.
- d) El par máximo y el par de arranque.

24. Un motor de inducción trifásico de 6 polos, 50 Hz, absorbe una potencia de 20 kW, cuando gira a 960 r.p.m. Las pérdidas totales del estator son de 0,5 kW y las de rozamiento y ventilación son de 1 kW. Calcular:

- a) El deslizamiento.
- b) Las pérdidas en el cobre del rotor.

c) El rendimiento.

25. Un motor de inducción trifásico, de rotor bobinado, de 20 CV, 220 V, 50 Hz, 6 polos, conexión estrella, se ha ensayado en vacío y en cortocircuito, dando los siguientes resultados:

VACIO: 220 V 20,8 A 840 W.

CORTOCIRCUITO: 45 V 50 A 1100 W

La resistencia por fase del estator es de $0,048 \Omega$ y la del devanado rotórico de $0,01 \Omega$. Las reactancias del devanado estatórico y la del devanado rotórico, reducida al estator, se supondrán iguales. Determinar, a partir de estos datos, las constantes del circuito equivalente. Las pérdidas mecánicas son iguales a 200 W.

26. Un motor asíncrono trifásico con rotor de jaula de ardilla de 6 polos, 50 Hz, está conectado en estrella a una red de 380 V. Los parámetros del circuito equivalente son:

$$R_1 = R_2' = 0,5 \Omega; X_1 = X_2' = 2 \Omega; P_{Fe} = P_m = 0$$

El par resistente de la carga se supone que sigue una ley lineal de la forma:

$$M_r = 35 + 0,06 n \quad (\text{Par en Nm y } n \text{ en r.p.m.})$$

Calcular:

- a) El par de arranque y la corriente de arranque del motor.
- b) Si la tensión de la red se reduce un 10%, ¿podrá arrancar el motor?. Justificar la respuesta.
- c) Con la tensión nominal aplicada al motor ¿a qué velocidad girará el motor con el par resistente señalado?.
- d) ¿Qué potencia desarrolla el motor en el eje en el caso anterior?

Nota: para realizar el apartado c), es preciso resolver una ecuación de tercer grado en función del deslizamiento. Sugerencia: el valor de s está comprendido entre el 1 y el 2%.

27. Un motor de inducción de doble jaula tiene los siguientes parámetros:

$$50 \text{ Hz.}; \quad R_e = 1 \Omega; \quad X_e = 3 \Omega; \quad 2p = 4$$

$$\text{Jaula exterior:} \quad R_2' = 3 \Omega; \quad X_2' = 1 \Omega$$

Jaula interior: $R_2' = 0,6 \, \Omega$; $X_2' = 5 \, \Omega$

El primario se conecta en triángulo a una fuente de 440 V. Calcular el par de arranque y el par nominal para el 4% de deslizamiento.

28. Un motor de inducción de 4 polos, estator conectado en estrella, funcionando en vacío y a la tensión nominal de 380 V, entre fases, absorbe de la línea una corriente de 4 amperios y una potencia de 480 W. A plena carga, y con la tensión y corriente nominales, absorbe 4330 W. Se sabe que en estas condiciones, la corriente por fase del rotor, que está conectado en estrella, es de 7 amperios. Se conoce también que la corriente nominal a plena carga es de 8 A, que la resistencia por fase de estator es de $1,5 \, \Omega$, que la del rotor es $1,3 \, \Omega$, que la corriente absorbida por fase de la línea al aplicar la tensión nominal al estator estando el rotor abierto es de 4 A y que la potencia absorbida en estas condiciones es de 320 W. Calcular a plena carga:

- a) La potencia útil.
- b) La potencia transformada.
- c) El rendimiento.
- d) La velocidad.
- e) El par interno.

29. Un motor de inducción trifásico de 6 polos, rotor bobinado, funcionando bajo una carga constante absorbe de la red de 220 V, una potencia de 15 kW con una corriente de 47 A. La frecuencia de la red durante todo el funcionamiento ha sido de 50,5 Hz y la velocidad de giro del motor 970 r.p.m. El mismo motor funcionando en vacío absorbe una potencia de 760 W con una corriente de 20,5 A. Se pide:

- a) El factor de potencia del motor.
- b) El par interno desarrollado en vatios-síncronos y en N.m.
- c) Las pérdidas en el cobre del rotor.
- d) La potencia útil en kW y el rendimiento.

Se sabe que la resistencia efectiva del devanado estático conectado en estrella y medida entre bornes del motor es $0,38 \, \Omega$ y que las pérdidas mecánicas del motor son de 220 W.

30. Un motor de inducción trifásico de 4 polos, 50 Hz, tiene una resistencia del rotor por fase de $0,25\Omega$, siendo la impedancia del estator despreciable. El par máximo se obtiene para una velocidad de 1200 r.p.m. Si la capacidad de sobrecarga es igual a 2,1. Calcular:

- a) Velocidad a plena carga o nominal.
- b) Relación par de arranque a par nominal.

31. Un motor de inducción trifásico, conectado en estrella de 220 V, 6 polos, 50 Hz, tiene las siguientes constantes en ohmios por fase:

$$R_1 = 0,7; R_2' = 0,3; X_1 = X_2' = 0,6; X_\mu = 30$$

Suponiendo las pérdidas rotatorias constantes de 700 W, con la tensión nominal, a 50 Hz y un deslizamiento del 2 por 100, se desea conocer:

- a) La velocidad en r.p.m.
- b) La corriente de entrada y su factor de potencia.
- c) La potencia de salida y el par de salida.
- d) Rendimiento del motor.
- e) Par máximo y rendimiento de par máximo.
- f) Par de arranque.
- g) Par de frenado si se invierten dos fases de la alimentación.
- h) Si al motor se le hace girar a una velocidad de 1050 r.p.m. ¿cuál es el par resistente desarrollado por la máquina?

32. Las constantes paramétricas de un motor de inducción trifásico de 200 V, 4 polos, 50 Hz, conexión estrella, rotor bobinado son las siguientes:

$$R_1 = 0,10 \Omega; X_1 = 0,30 \Omega; R_2' = 0,12 \Omega; X_2' = 0,30 \Omega; G_e = 0,0005 \text{ S}; B_e = 0,07 \text{ S}$$

Calcular:

- a) La corriente del motor cuando el deslizamiento es igual al 5 %.
- b) El par motor y el rendimiento para el mismo deslizamiento.
- c) El par motor y la corriente consumida en el arranque.

33. Un motor asíncrono trifásico con rotor de jaula de ardilla de 6 polos, 50 Hz, está conectado en estrella a una red de 380 V. Los parámetros del circuito equivalente son:

$$R_1 = R_2' = 0,5 \, \Omega; X_1 = X_2' = 2 \, \Omega; P_{Fe} = P_m = 0$$

El par resistente de la carga se supone que sigue una ley lineal de la forma:

$$M_r = 35 + 0,06 n \text{ (Par en Nm y } n \text{ en r.p.m.)}$$

Calcular:

- El par de arranque y la corriente de arranque del motor.
- Si la tensión de la red se reduce un 10%, ¿podrá arrancar el motor?. Justificar la respuesta.
- Con la tensión nominal aplicada al motor ¿a qué velocidad girará el motor con el par resistente señalado?.
- ¿Qué potencia desarrolla el motor en el eje en el caso anterior?

NOTA: para realizar el apartado c), es preciso resolver una ecuación de tercer grado en función del deslizamiento. Sugerencia: el valor de s está comprendido entre el 1 y el 2%.

34. Un motor de inducción de rotor devanado de cuatro polos, 60 Hz, 208 V, conectado en Y está especificado para 15 HP. Las componentes de su circuito equivalente son:

$$R_1 = 0,210 \, \Omega; R_2' = 0,137 \, \Omega; X_\mu = 13,2 \, \Omega; X_1 = 0,442 \, \Omega; X_2' = 0,442 \, \Omega$$

$$P_{mec} = 300 \, W; P_{núcleo} = 200 \, W$$

Para un deslizamiento de 0,05, se pide:

- La corriente de línea.
- Las pérdidas en el cobre del estator.
- La potencia del entrehierro.
- La potencia convertida de eléctrica en mecánica.
- El par producido y el par de carga.
- El rendimiento total de la máquina.
- La velocidad del motor en revoluciones por minuto y en radianes por segundo.
- ¿A qué deslizamiento se presenta el par máximo de salida?. ¿Cuál es la magnitud de ese par?.

j) ¿Cuánta resistencia adicional (referida al circuito del estator) es necesario agregar en el circuito del rotor para que el par máximo de salida se presente en el momento del arranque (cuando el eje está quieto)?.

k) Si el motor se conecta a una red de potencia de 50 Hz, ¿cuál debe ser el voltaje alimentación?. ¿Por qué?. ¿Cuáles son los valores de los componentes del circuito equivalente a 50?. Contestar los apartados anteriores para el motor funcionando a 50 Hz con un deslizamiento 0,05 y el voltaje apropiado para esta máquina.

35. Un motor de inducción de 100 HP, 440 V, 50 Hz, seis polos y conexión en estrella, tiene un circuito equivalente cuyos parámetros por fase son:

$$R_1 = 0,084 \, \Omega; R_2' = 0,066 \, \Omega; X_{\mu} = 6,9 \, \Omega; X_1 = 0,2 \, \Omega; X_2' = 0,165 \, \Omega$$

$$P_{\text{mec}} = 1500 \, \text{W}; P_{\text{núcleo}} = 1000 \, \text{W}$$

Para un deslizamiento de 0,035, se pide:

- a) La corriente de línea.
- b) Las pérdidas en el cobre del estator.
- c) La potencia en el entrehierro.
- d) La potencia convertida de eléctrica en mecánica.
- e) El par producido.
- f) El par de la carga.
- g) El rendimiento total de la máquina.
- h) La velocidad del motor en revoluciones por minuto y en radianes por segundo.
- i) ¿Cuál es el par máximo de salida?. ¿Cuál es el deslizamiento al que ocurre ese par?. ¿Cuál es la velocidad del rotor en ese momento?.
- j) Si el motor se conecta a una red de potencia de 440 V y 60 Hz, ¿cuál es su par máximo de salida?. ¿A qué deslizamiento ocurre?.

36. Un motor de inducción con condensador de arranque de 220 V, 1,5 HP, 50 Hz, seis polos, conexión en estrella, tiene las siguientes impedancias en el devanado principal:

$$R_1 = 1,30 \, \Omega; R_2' = 1,73 \, \Omega; X_{\mu} = 105 \, \Omega; X_1 = 2,02 \, \Omega; X_2' = 2,01 \, \Omega$$

Con un deslizamiento de 0,05, las pérdidas rotacionales son de 291 W y pueden asumirse constantes en el rango de operación normal del motor. Calcular:

- a) Corriente en el estator.
- b) Factor de potencia del estator.
- c) Potencia de entrada y de salida.
- d) Par desarrollado y de salida.
- e) Rendimiento.
- f) El par producido en el motor si opera con un deslizamiento del 5 por ciento y su voltaje en terminales es: 190 V, 208 V y 230 V.
- g) Par desarrollado en el arranque en modo directo y corriente consumida cuando la tensión de alimentación es la nominal.
- h) Par máximo que puede desarrollar el motor y el deslizamiento al cuál se produce.

37. El ascensor de una vivienda tiene instalado como máquina motriz un motor de inducción trifásico, de jaula de ardilla, 220/380 V, 50 Hz y 120 polos. Los resultados obtenidos tras ensayar la máquina funcionando en vacío y funcionando con el rotor bloqueado, con la conexión estatórica adecuada e idéntica en ambos ensayos son los siguientes:

Ensayo de Vacío: $U_0 = 220\text{V}$; $I_0 = 7,65\text{ A}$; $P_0 = 756\text{ W}$; $n_0 = 49,85\text{ r.p.m.}$

Ensayo de Rotor Bloqueado: $U_{cc} = 220\text{V}$; $I_{cc} = 17,11\text{ A}$; $P_{cc} = 542\text{ W}$.

Con el objeto de obtener el valor de la resistencia del devanado estatórico, con el motor conexionado de la misma que en los ensayos, se ha aplicado entre dos de las fases del estator una tensión de corriente continua de 6 V y se ha medido una intensidad de 9 A. Se desprecia el efecto piel. La red eléctrica de alimentación es trifásica: 220 V y 50 Hz. Considerando constante el par de pérdidas mecánicas de la máquina, se pide:

- a) Conexión del motor, y el dibujo normalizado de la placa de bornes de la máquina.
- b) Circuito equivalente aproximado, por fase, de la máquina.
- c) Velocidad de ascenso de la cabina del ascensor sabiendo que transporta 6 personas de 80 kg y que el radio de la polea que acciona es de 0,2 m. El peso de la cabina se compensa con contrapesos. (Considerar $g = 10\text{ m/s}^2$).
- d) Velocidad de descenso de la cabina del ascensor cuando transporta las mismas personas. El mecanismo de automatización intercambia dos de las fases de alimentación de la máquina cuando comienza dicho descenso.

38. En determinadas condiciones de carga, un motor de inducción trifásico, conectado en triángulo, absorbe de una red de 220 V una potencia de 64300 W con factor de potencia 0,85. La relación entre la resistencia estatórica y rotórica referida al estator es de 0,7 y se sabe que el par máximo se produce a 1406 r.p.m. Considerando despreciables las pérdidas mecánicas y la rama de vacío, calcular:

- Intensidad absorbida, balance de potencias y par desarrollado a 1455 r.p.m.
- Intensidad absorbida y par desarrollado en un arranque directo.
- Velocidad de giro funcionando como freno a contracorriente con un par de 40 Nm.

39. Las impedancias por fase de un motor de inducción de 15 kW, 690/400V, 50 Hz, 4 polos, referidos a la frecuencia de 50 Hz, son las siguientes:

$$R_1 = 0,5 \, \Omega; R_2' = 0,75 \, \Omega; X_1 = X_2' = 2,6 \, \Omega; X_\mu = 50 \, \Omega$$

Se alimenta desde una red de 400 V y acciona una carga de tipo ventilador cuya característica de par resistente par de un valor de 15 Nm en reposo, presenta un mínimo de 2,3 Nm a 220 rpm y llega a valer 105 Nm a 1500 rpm. Se desprecian las pérdidas mecánicas. Se pide:

- Calcular la corriente y el par de arranque directo.
- Comprobar si se puede arrancar mediante arranque estrella-triángulo.
- Calcular la intensidad absorbida de la red, el factor de potencia, el par en el eje, la velocidad de giro y el rendimiento del motor cuando funciona a plena carga en conexión triángulo sobre una red de 380 V.

40. En una industria se dispone de motores idénticos de las siguientes características: motor trifásico de inducción tetrapolar tipo jaula y conectado en triángulo. Se sabe que en unas pruebas realizadas sobre uno de los motores, éste desarrolló un par en el rotor de 58,67 Nm con un deslizamiento del 5%, consumiendo una intensidad de 16 A con un factor de potencia de 0,9015 y una potencia reactiva de 4608 Var.

Para el suministro eléctrico a esta industria se dispone de dos transformadores tipo Yy acoplados en paralelo y alimentados a 20 kV, cuyos datos de ensayos, en condiciones distintas al régimen nominal, son:

Transformador A

- Relación de tensiones en vacío: 230/4,6 V.
- Ensayo de cortocircuito (valores medidos en baja tensión):

- Tensión aplicada: 40 V.
- Corriente consumida: 1732 A.
- Potencia consumida: 20837 W.

Transformador B

- Relación de tensiones en vacío: 230/4,63 V.
- Ensayo de cortocircuito (valores medidos en baja tensión):
 - Tensión aplicada: 25 V.
 - Corriente consumida: 1082,5 A.
 - Potencia consumida: 8139,5 W.

En un instante determinado, las máquinas que están funcionando en la industrial son cinco motores idénticos al descrito, teniendo cada uno de ellos un deslizamiento del 8%. En estas condiciones y despreciando las ramas de vacío de todas las máquinas, se pide:

- a) Obtener la intensidad que circula por los devanados de cada transformador.
- b) Calcular el valor de la regulación del transformador A.
- c) Calcular el par desarrollado en el rotor de cada motor.

41. Se dispone de una instalación industrial donde dos transformadores acoplados en paralelo alimentan, como únicas cargas, a tres motores de inducción idénticos. Se conoce lo siguiente:

Motores de Inducción

- Rotor en jaula de ardilla.
- Tensiones nominales: 380/660 V.
- Frecuencia de alimentación: 50 Hz.
- Velocidad nominal rotórica: 959 r.p.m.
- Rama de vacío despreciable, $P_{mec} = 80 \text{ kW}$ (constantes). Las pérdidas por efecto Joule en el estator y en el rotor son iguales.

- El arranque se realiza mediante un arrancador estrella-triángulo a su tensión nominal, siendo la corriente consumida del embarrado en B.T. por cada motor de 1000 A y el par desarrollado por cada uno de ellos en el eje de 1000 Nm.

Alimentados a su tensión nominal, el régimen de carga diario de los motores es el siguiente:

- 12 horas: funcionando los tres motores a plena carga.
- 6 horas: dos motores desarrollan el 80% de su potencia a plena carga en el eje y el tercero está en vacío.
- 6 horas: los tres motores están desconectados de la red.

Transformadores

- $U_{N1A}/U_{N2A} = U_{N1B}/U_{N2B} = 20000/390 \text{ V.}$
- $S_{NA} = S_{NB}.$
- Igual conexión: Yz11.
- $U_{ccA} = 5 \%; U_{ccB} = 4 \%; \varphi_{ccA} = 60^\circ; \varphi_{ccB} = 65^\circ.$
- En el régimen de mayor carga de los descritos: $U_1 = 20000 \text{ V}, U_2 = 380 \text{ V}.$

Se pide:

- a) Rendimiento energético diario del conjunto de motores.
- b) Factor de potencia medio en el embarrado de B.T.
- c) Impedancia de cortocircuito y potencia nominal de cada transformador.
- d) Tensión de alimentación de los transformadores en el segundo régimen de carga.

MÁQUINA ASÍNCRONA

Problemas resueltos

PROBLEMA 1

Un motor asíncrono trifásico conectado en estrella de 11,2 kW, 380 V, 50 Hz y 4 polos, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Ensayo de Vacío: 380 V, 3 A, 700 W,

Ensayo de Cortocircuito: 100 V, 20 A, 1200 W.

La resistencia de cada fase del devanado primario o del estator es igual a $0,5 \Omega$, las pérdidas mecánicas son 250 W y se consideran constantes.

Calcular:

- a) La velocidad de sincronismo.
- b) La resistencia de pérdidas en el hierro, R_{FE} , y la reactancia de magnetización, X_{μ} .
- c) La resistencia y la reactancia de cortocircuito.
- d) La resistencia del rotor referida al estator R_2' .

El motor, alimentado a la tensión nominal, está funcionando a plena carga con un deslizamiento del 5%.

- e) Dibujar el circuito equivalente del motor.

Calcular:

- f) La corriente del rotor referida al estator.
- g) La corriente de vacío, indicando las componentes de pérdidas en el hierro y de magnetización.
- h) La corriente del estator.
- i) Las pérdidas en el hierro.
- j) Potencia mecánica interna.
- k) Potencia mecánica útil.
- l) Rendimiento del motor.

- m) Velocidad de giro del motor.
- n) Par desarrollado por el motor y el par útil.

Solución

Notación empleada

n_1	Velocidad de sincronismo del motor, en r.p.m.
n	Velocidad de giro del motor, en r.p.m.
Ω	Velocidad de giro del motor, en rad/seg.
P_0	Potencia activa del ensayo de vacío.
P_m	Potencia de pérdidas mecánicas.
P_{FE}	Potencia de pérdidas en el hierro.
P_{cu1}	Potencia de pérdidas en el cobre del estator.
P_{cc}	Potencia del ensayo de cortocircuito.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_c'	Resistencia de carga referida al estator.
E_0	Tensión del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_{0F}	Corriente del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_0	Corriente de vacío.
I_{FE}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_μ	Corriente de magnetización.
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.
X_μ	Reactancia de magnetización.
E_{cc}	Tensión del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
I_{cc}	Corriente del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito.
E_1	Tensión de fase del estator.
I_1	Corriente de fase del estator.
I_2'	Corriente de fase del rotor, referida al estator.
f	Frecuencia de la red.
P_1	Potencia absorbida por el motor.
P_u	Potencia útil.
η	Rendimiento.
m_1	Número de fases del estator.
s	Deslizamiento.
M_{mi}	Par mecánico interno.
M_u	Par útil.

Apartado A

El número de pares de polos, p , es 2, y la frecuencia de la red 50 Hz. Por tanto la velocidad de sincronismo vale:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ r.p.m.}$$

Apartado B

En un ensayo de vacío o de rotor libre de una máquina asíncrona, además de las pérdidas en el hierro se contabilizan las pérdidas mecánicas, que se suelen considerar constantes, y las pérdidas en el cobre del estator.

$$P_0 = P_{FE} + P_{cu1} + P_m$$

Si despejamos en la ecuación anterior se pueden calcular las pérdidas en el hierro:

$$P_{FE} = P_0 - P_m - P_{cu1}$$

Las pérdidas mecánicas son un dato del problema y valen 250 W. Las pérdidas en el cobre del estator para el ensayo de vacío se pueden calcular, puesto que nos proporcionan el dato de la resistencia del estator R_1 .

$$P_{cu1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_{0F}^2 = 3 \cdot 0,5 \cdot 3^2 = 13,50 \text{ W}$$

Entonces las pérdidas en el hierro valen:

$$P_{FE} = P_0 - P_{cu1} - P_m = 700 - 13,50 - 250$$

$$P_{FE} = 436,50 \text{ W}$$

El siguiente paso está encaminado a encontrar las dos componentes de la corriente de vacío. El procedimiento es el mismo que en los transformadores, utilizando como circuito equivalente de la máquina asíncrona el siguiente:

$$P_{FE} = 3 \cdot E_0 \cdot I_{0F} \cdot \cos \varphi_0$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{FE}}{3 \cdot E_0 \cdot I_{0F}} = \frac{436,50}{3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 3} = 0,22$$

$$\sin \varphi_0 = 0,98$$

Las componentes de la corriente de vacío son las siguientes:

$$I_{FE} = I_{0F} \cdot \cos \varphi_0 = 3 \cdot 0,22 = 0,66 \text{ A}$$

$$I_{\mu} = I_{0F} \cdot \sin \varphi_0 = 3 \cdot 0,98 = 2,93 \text{ A}$$

Ya se disponen de todos los datos necesarios para encontrar los valores de R_{FE} y X_{μ} :

$$E_0 = R_{FE} \cdot I_{FE}$$

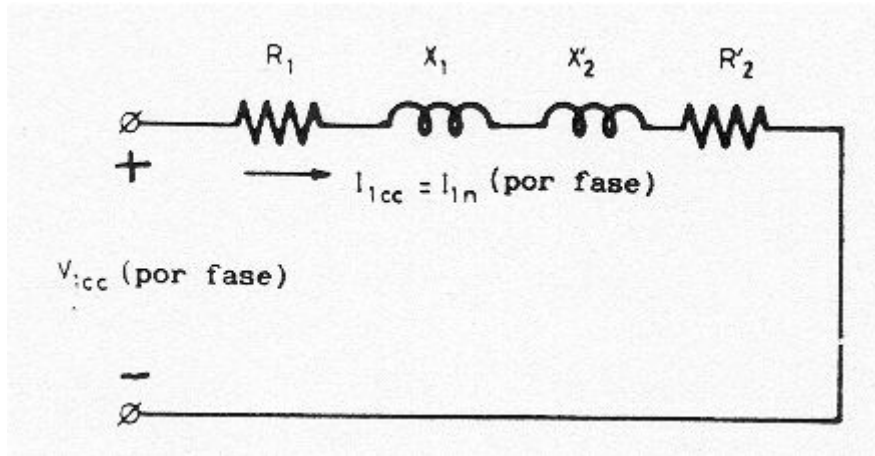
$$R_{FE} = \frac{E_0}{I_{FE}} = \frac{380/\sqrt{3}}{0,66} = 330,81 \Omega$$

$$E_0 = X_{\mu} \cdot I_{\mu}$$

$$X_{\mu} = \frac{E_0}{I_{\mu}} = \frac{380/\sqrt{3}}{2,93} = 74,99 \Omega$$

Apartado C

El circuito equivalente por fase del motor asíncrono para el ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado es el siguiente.



Hay que tener en cuenta que en el arranque el deslizamiento del motor vale uno, y que podemos despreciar la rama en paralelo. El procedimiento a seguir para calcular R_{cc} y X_{cc} es el mismo que en los transformadores.

$$P_{cc} = 3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc}} = \frac{1.200}{3 \cdot \frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 20} = 0,35$$

$$\sin \varphi_{cc} = 0,94$$

La resistencia de cortocircuito es la siguiente:

$$E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = R_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$R_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}}{I_{cc}} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 0,35}{20}$$

$$R_{cc} = 1 \, \Omega / \text{Fase}$$

La reactancia de cortocircuito vale:

$$E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = X_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$X_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc}}{I_{cc}} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 0,94}{20}$$

$$X_{cc} = 2,71 \, \Omega / \text{Fase}$$

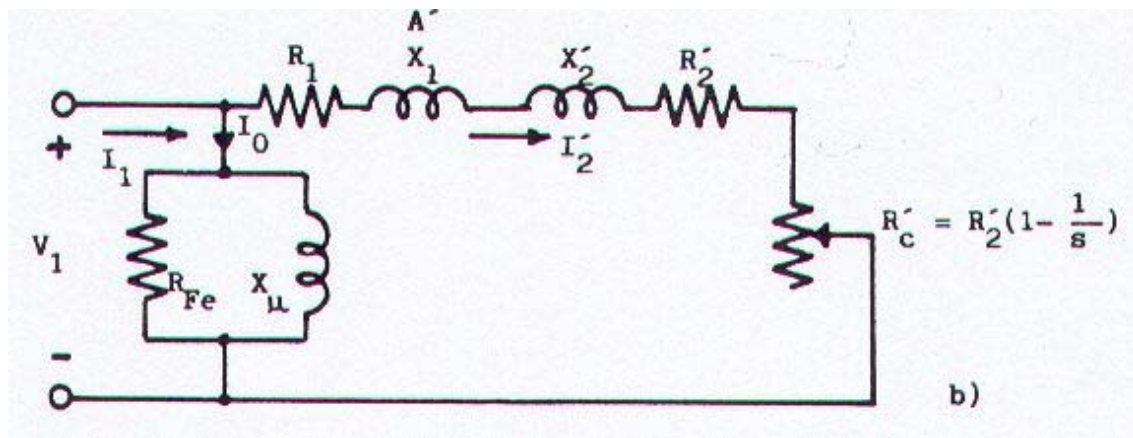
Apartado D

Resistencia del rotor referida al estator:

$$\begin{aligned}R_{cc} &= R_1 + R_2' \\R_2' &= R_{cc} - R_1 = 1 - 0,5 \\R_2' &= 0,5 \Omega/\text{Fase}\end{aligned}$$

Apartado E

Circuito equivalente aproximado del motor por fase.



Apartado F

Ahora el motor está funcionando a plena carga con un deslizamiento s igual a 0,05. Del circuito equivalente del motor se puede deducir la siguiente ecuación, que nos permite encontrar el valor de la corriente del rotor referida al estator.

$$\begin{aligned}\bar{E}_1 &= ((R_{cc} + R_c') + j \cdot X_{cc}) \cdot \bar{I}_2' \\ \bar{I}_2' &= \frac{\bar{E}_1}{(R_{cc} + R_c') + j \cdot X_{cc}}\end{aligned}$$

Se toma como origen de fases la tensión de alimentación del estator:

$$\bar{E}_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

R_c' es la resistencia de carga. Teniendo en cuenta que el deslizamiento es 0,05, el valor de la resistencia de carga es el siguiente:

$$R_c' = R_2 \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{0,05} - 1 \right) = 9,5 \Omega / \text{Fase}$$

Sin olvidar que estamos trabajando con valores de fase, la corriente del rotor referida al estator es la siguiente:

$$\bar{I}_2' = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(1 + 9,5) + j \cdot 2,71} = 20,23 \angle -14,47^\circ \text{ A}$$

Apartado G

La corriente de vacío I_0 se puede descomponer en la suma de dos términos: la corriente de pérdidas en el hierro I_{FE} , y la corriente de magnetización I_μ .

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{FE} + \bar{I}_\mu$$

La corriente de pérdidas en el hierro está en fase con la tensión de alimentación del estator, que sigo tomando como origen de fases.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= R_{FE} \cdot \bar{I}_{FE} \\ \bar{I}_{FE} &= \frac{\bar{E}_1}{R_{FE}} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{330,81} \\ \bar{I}_{FE} &= 0,66 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Sin embargo, la corriente de magnetización retrasará 90° respecto a la misma tensión.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= j \cdot X_\mu \cdot \bar{I}_\mu \\ \bar{I}_\mu &= \frac{\bar{E}_1}{j \cdot X_\mu} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{j \cdot 74,99} \\ \bar{I}_\mu &= 2,93 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

La corriente de vacío se obtendrá sumando fasorialmente I_{FE} e I_μ .

$$\begin{aligned} \bar{I}_0 &= \bar{I}_{FE} + \bar{I}_\mu = 0,66 + 2,93 \angle -90^\circ \\ \bar{I}_0 &= 3 \angle -77,23^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Apartado H

La corriente que el motor está consumiendo en esta situación de carga será, como se puede deducir del circuito equivalente del motor, la suma de la corriente del rotor referida al estator más la corriente de vacío:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_2' + \bar{I}_0 = 3 \angle -77,23^\circ + 20,23 \angle -14,47^\circ \\ \bar{I}_1 &= 21,77 \angle -21,51^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Apartado I

Las pérdidas en el hierro equivalen a las pérdidas de potencia por efecto Joule en la resistencia R_{FE} . Se podría utilizar cualquiera de las dos siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}P_{FE} &= 3 \cdot E_1 \cdot I_{FE} \\ P_{FE} &= 3 \cdot R_{FE} \cdot I_{FE}^2\end{aligned}$$

y el resultado sería el siguiente:

$$P_{FE} = 432,3 \text{ W}$$

Apartado J

La resistencia de carga R_c' se utiliza para representar el efecto de la carga mecánica que tiene que mover el motor. La potencia mecánica interna que desarrolla el motor, para mover la carga y superar las pérdidas mecánicas por rozamiento, equivale a la potencia disipada en esa resistencia.

$$\begin{aligned}P_{mi} &= m_1 \cdot R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cdot I_1'^2 = 3 \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{1}{0,05} - 1 \right) \cdot 20,23^2 \\ P_{mi} &= 11.663,71 \text{ W}\end{aligned}$$

Apartado K

La potencia útil es la que realmente se utiliza para mover la carga, es decir, la potencia mecánica interna menos las pérdidas.

$$\begin{aligned}P_u &= P_{mi} - P_m = 11.663,71 - 250 \\ P_u &= 11.413,71 \text{ W}\end{aligned}$$

Apartado L

Potencia consumida por el motor.

$$P_1 = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

El $\cos \varphi_1$ es el coseno del argumento de la corriente absorbida por el estator.

$$P_1 = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 21,77 \cdot \cos(21,51) = 13.330,63 \text{ W}$$

Rendimiento del motor en la situación de plena carga.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = 85,62\%$$

Apartado M

Velocidad de giro del motor.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$
$$n = (1 - s) \cdot n_1 = (1 - 0,05) \cdot 1.500$$
$$n = 1.425 \text{ r.p.m.}$$

Apartado N

Par mecánico interno.

$$P_{mi} = M_{mi} \cdot \Omega$$

Ω es la velocidad de giro del motor en rad/seg.

$$M_{mi} = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}} = \frac{11.663,71}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 1.425}{60}}$$
$$M_{mi} = 78,16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Par útil.

$$P_u = M_u \cdot \Omega$$

$$M_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_u}{\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}} = \frac{11.413,71}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 1.425}{60}}$$

$$M_u = 76,49 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PROBLEMA 2

Un motor asíncrono trifásico conectado en estrella de 380 V, 50 Hz y 4 polos, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Ensayo de Vacío: 380 V, 3,2 A, 710 W,

Ensayo de Cortocircuito: 100 V, 20 A, 1250 W.

La resistencia de fase del devanado primario o del estator es igual a $0,6 \Omega$. Las pérdidas mecánicas son 260 W y se consideran constantes.

Calcular:

- a) La resistencia de pérdidas en el hierro, R_{FE} , y la reactancia de magnetización, X_{μ} .
- b) La resistencia y la reactancia de cortocircuito.

El motor, alimentado a la tensión nominal, está funcionando a un determinado régimen de carga con un deslizamiento del 4,5%.

Calcular:

- c) La corriente que está consumiendo el motor y su factor de potencia.
- d) El rendimiento del motor.
- e) El par total desarrollado por el motor y el par útil.

Solución

Notación empleada

n_1	Velocidad de sincronismo del motor, en r.p.m.
n	Velocidad de giro del motor, en r.p.m.
ω	Velocidad de giro del motor, en rad/seg.
P_0	Potencia activa del ensayo de vacío.
P_m	Potencia de pérdidas mecánicas.
P_{FE}	Potencia de pérdidas en el hierro.
P_{cu1}	Potencia de pérdidas en el cobre del estator.
P_{cc}	Potencia del ensayo de cortocircuito.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_c'	Resistencia de carga referida al estator.
E_0	Tensión del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_{0F}	Corriente del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_0	Corriente de vacío.
I_{FE}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_μ	Corriente de magnetización.
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.
X_μ	Reactancia de magnetización.
E_{cc}	Tensión del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
I_{cc}	Corriente del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito.
E_1	Tensión de fase del estator.
I_1	Corriente de fase del estator.
I_2'	Corriente de fase del rotor, referida al estator.
f	Frecuencia de la red.
P_1	Potencia absorbida por el motor.
P_u	Potencia útil.
P_{mi}	Potencia mecánica interna.
η	Rendimiento.
s	Deslizamiento.
T_{mi}	Par mecánico interno.
T_u	Par útil.

Apartado A

En un ensayo de vacío o de rotor libre de una máquina asíncrona, además de las pérdidas en el hierro se contabilizan las pérdidas mecánicas, que se suelen considerar constantes, y las pérdidas en el cobre del estator.

$$P_0 = P_{FE} + P_{cu1} + P_m$$

Si despejamos en la ecuación anterior se pueden calcular las pérdidas en el hierro:

$$P_{FE} = P_0 - P_m - P_{cu1}$$

Las pérdidas mecánicas son un dato del problema y valen 260 W. Las pérdidas en el cobre del estator para el ensayo de vacío se pueden calcular, puesto que nos proporcionan el dato de la resistencia del estator R_1 por fase.

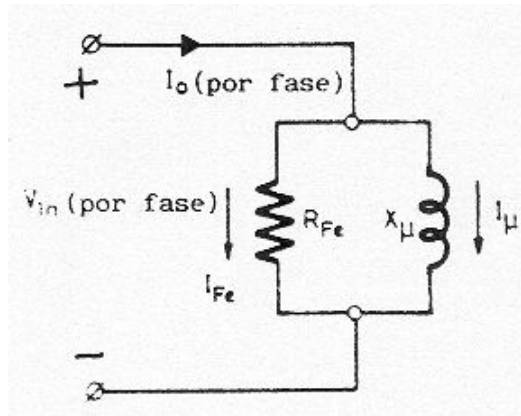
$$P_{cu1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_{0F}^2 = 3 \cdot 0,6 \cdot 3,2^2 = 18,43 \text{ W}$$

Entonces las pérdidas en el hierro valen:

$$P_{FE} = P_0 - P_{cu1} - P_m = 710 - 18,43 - 260$$

$$P_{FE} = 431,57 \text{ W}$$

El siguiente paso está encaminado a encontrar las dos componentes de la corriente de vacío. El procedimiento es el mismo que en los transformadores, utilizando como circuito equivalente de la máquina asíncrona el siguiente:



$$P_{FE} = 3 \cdot E_0 \cdot I_{0F} \cdot \cos \varphi_0$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{FE}}{3 \cdot E_0 \cdot I_{0F}} = \frac{431,57}{3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 3,2} = 0,20$$

$$\sin \varphi_0 = 0,98$$

Las componentes de la corriente de vacío son las siguientes:

$$I_{FE} = I_{0F} \cdot \cos \varphi_0 = 3,2 \cdot 0,20 = 0,64 \text{ A}$$

$$I_{\mu} = I_{0F} \cdot \sin \varphi_0 = 3,2 \cdot 0,98 = 3,14 \text{ A}$$

Ya se disponen de todos los datos necesarios para encontrar los valores de R_{FE} y X_{μ} :

$$E_0 = R_{FE} \cdot I_{FE}$$

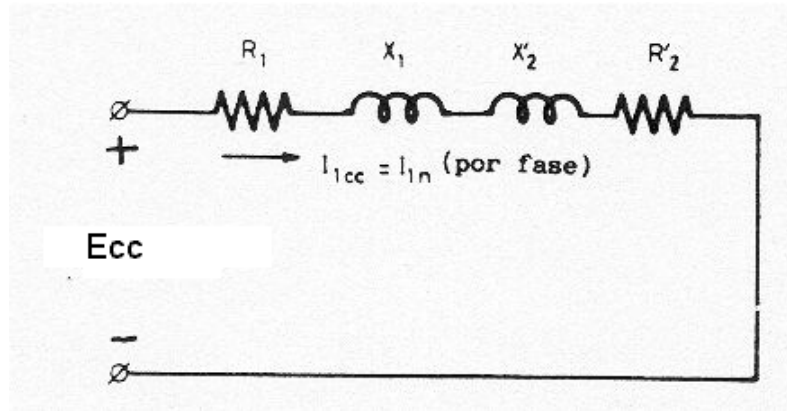
$$R_{FE} = \frac{E_0}{I_{FE}} = \frac{380/\sqrt{3}}{0,64} = 342,80 \Omega$$

$$E_0 = X_{\mu} \cdot I_{\mu}$$

$$X_{\mu} = \frac{E_0}{I_{\mu}} = \frac{380/\sqrt{3}}{3,14} = 69,87 \Omega$$

Apartado B

El circuito equivalente por fase del motor asíncrono para el ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado es el siguiente.



Hay que tener en cuenta que en el ensayo de cortocircuito el deslizamiento del motor vale uno, y que podemos despreciar la rama en paralelo. El procedimiento a seguir para calcular R_{cc} y X_{cc} es el mismo que en los transformadores.

$$P_{cc} = 3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc}} = \frac{1.250}{3 \cdot \frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 20} = 0,36$$

$$\sin \varphi_{cc} = 0,93$$

La resistencia de cortocircuito es la siguiente:

$$E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = R_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$R_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}}{I_{cc}} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 0,36}{20}$$

$$R_{cc} = 1,04 \, \Omega / \text{Fase}$$

La reactancia de cortocircuito vale:

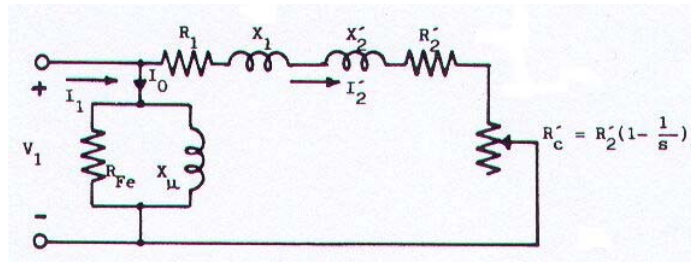
$$E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = X_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$X_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc}}{I_{cc}} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 0,93}{20}$$

$$X_{cc} = 2,69 \, \Omega / \text{Fase}$$

Apartado C

Circuito equivalente aproximado del motor por fase.



El motor está funcionando a un determinado régimen de carga con un deslizamiento s igual a 0,045. Del circuito equivalente del motor se puede deducir la siguiente ecuación, que nos permite encontrar el valor de la corriente del rotor referida al estator.

$$\bar{E}_1 = ((R_{cc} + R_c') + j \cdot X_{cc}) \cdot \bar{I}_2'$$

$$\bar{I}_2' = \frac{\bar{E}_1}{(R_{cc} + R_c') + j \cdot X_{cc}}$$

Tomo como origen de fases la tensión de alimentación del estator:

$$\bar{E}_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

R_c' es la resistencia de carga. Teniendo en cuenta que el deslizamiento es 0,045, el valor de la resistencia de carga es el siguiente:

$$R_c' = R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 0,44 \cdot \left(\frac{1}{0,045} - 1 \right) = 9,37 \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

Previamente hemos de haber encontrado el valor de la resistencia del rotor referida al primario R_2' , a partir de R_{cc} y R_1 .

$$R_{cc} = R_1 + R_2'$$

$$R_2' = R_{cc} - R_1$$

$$R_2' = 1,04 - 0,6 = 0,44 \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

Sin olvidar que estamos trabajando con valores de fase, la corriente del rotor referida al estator es la siguiente:

$$\bar{I}_2' = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{(1,04 + 9,37) + j \cdot 2,69} = 20,40 \angle -14,49^\circ \text{ A}$$

La corriente de vacío I_0 se puede descomponer en la suma de dos términos: la corriente de pérdidas en el hierro I_{FE} , y la corriente de magnetización I_μ .

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{FE} + \bar{I}_\mu$$

La corriente de pérdidas en el hierro está en fase con la tensión de alimentación del estator, que sigo tomando como origen de fases.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= R_{FE} \cdot \bar{I}_{FE} \\ \bar{I}_{FE} &= \frac{\bar{E}_1}{R_{FE}} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{342,80} \\ \bar{I}_{FE} &= 0,64 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Sin embargo, la corriente de magnetización retrasará 90° respecto a la misma tensión.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= j \cdot X_\mu \cdot \bar{I}_\mu \\ \bar{I}_\mu &= \frac{\bar{E}_1}{j \cdot X_\mu} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{j \cdot 69,87} \\ \bar{I}_\mu &= 3,14 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

La corriente de vacío se obtendrá sumando fasorialmente I_{FE} e I_μ .

$$\begin{aligned} \bar{I}_0 &= \bar{I}_{FE} + \bar{I}_\mu = 0,64 + 3,14 \angle -90^\circ \\ \bar{I}_0 &= 3,2 \angle -78,48^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

La corriente que el motor está consumiendo en esta situación de carga será, como se puede deducir del circuito equivalente del motor, la suma de la corriente del rotor referida al estator más la corriente de vacío:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_2' + \bar{I}_0 = 20,40 \angle -14,49^\circ + 3,2 \angle -78,48^\circ \\ \bar{I}_1 &= 21,99 \angle -22,01^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

El factor de potencia será el siguiente:

$$\cos \varphi_1 = \cos(22,01) = 0,92 \text{ (Inductivo)}$$

Apartado D

El rendimiento de una máquina es la relación entre la potencia de salida, o potencia útil, y la potencia de entrada o consumida.

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100$$

La potencia de entrada del motor es la que está consumiendo por el estator.

$$P_1 = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1$$

$$P_1 = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 21,99 \cdot 0,92 = 13.416,67 \text{ W}$$

La resistencia de carga R_c se utiliza para representar el efecto de la carga mecánica que tiene que mover el motor. La potencia mecánica interna que desarrolla el motor, para mover la carga y superar las pérdidas mecánicas por rozamiento, equivale a la potencia disipada en esa resistencia.

$$P_{mi} = m_1 \cdot R_c \cdot I_2'^2 = 3 \cdot 9,37 \cdot 20,40^2$$
$$P_{mi} = 11.696,53 \text{ W}$$

La potencia útil es la que realmente se utiliza para mover la carga, es decir, la potencia mecánica interna menos las pérdidas.

$$P_u = P_{mi} - P_m = 11.696,53 - 260$$
$$P_u = 11.436,53 \text{ W}$$

Rendimiento del motor en esta situación de carga es el siguiente:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = 85,24\%$$

Apartado E

Una vez conocidas las potencias interna y útil del motor, podemos calcular el par mecánico interno, o total, desarrollado por la máquina, y el par útil. Pero antes es necesario conocer la velocidad de giro del motor.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$

$$n = n_1 \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot f}{p} \cdot (1 - s)$$

$$n = \frac{60 \cdot 50}{2} \cdot (1 - 0,045) = 1432,50 \text{ r.p.m.}$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = 150,01 \text{ rad/s}$$

El par mecánico interno es el siguiente:

$$P_{mi} = T_{mi} \cdot \omega$$

$$T_{mi} = \frac{P_{mi}}{\omega} = \frac{11.696,53}{150,01}$$

$$T_{mi} = 77,97 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par útil se obtiene empleando la potencia útil:

$$P_u = T_u \cdot \omega$$

$$T_u = \frac{P_u}{\omega} = \frac{11.436,53}{150,01}$$

$$T_u = 76,24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PROBLEMA 3

Un motor de inducción trifásico, conectado en estrella, de 220 V, 6 polos, 50 Hz y 2,2 kW (potencia útil en condiciones nominales), tiene los siguientes parámetros del circuito equivalente en ohmios por fase:

$$R_1 = 0.7 ; R_2' = 0.3 ; X_1 = X_2' = 0.6 ; X_\mu = 30$$

Las pérdidas mecánicas se suponen constantes e iguales a 700 W.

A. Calcular en condiciones de plena carga la velocidad de giro, el factor de potencia, rendimiento y potencia consumida por el motor.

B. Determinar el par máximo que es capaz de desarrollar la máquina y el deslizamiento al que se produce.

C. En un arranque de tipo directo, y considerando el par resistente constante, indicar si el motor es capaz de arrancar en los siguientes casos:

- Par resistente de 10 Nm,
- Par resistente de 50 Nm,
- Par resistente de 70 Nm.

¿En cuál de estos tres casos el motor arrancará más rápidamente?

D. Se quiere reducir la corriente de arranque del motor en al menos un 25%. Se dispone de un transformador trifásico ideal de relación de transformación 220/130 V. Si el arranque del motor se realiza empleando este transformador, ¿se consigue el objetivo buscado? ¿Cuál es el % de reducción de la corriente de arranque?

E. En las condiciones del apartado anterior calcular el % de reducción del par de arranque. Determinar si, con este tipo de arranque, el motor es capaz de ponerse en marcha para los tres casos del apartado C.

Solución

Notación empleada

n_1	Velocidad de sincronismo del motor, en r.p.m.
n	Velocidad de giro del motor, en r.p.m.
Ω	Velocidad de giro del motor, en rad/seg.
P_0	Potencia activa del ensayo de vacío.
P_m	Potencia de pérdidas mecánicas.
P_{FE}	Potencia de pérdidas en el hierro.
P_{cu1}	Potencia de pérdidas en el cobre del estator.
P_{cc}	Potencia del ensayo de cortocircuito.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_c'	Resistencia de carga referida al estator.
E_0	Tensión del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_{0F}	Corriente del ensayo de vacío, en valor de fase.
I_0	Corriente de vacío.
I_{FE}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_μ	Corriente de magnetización.
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.
X_μ	Reactancia de magnetización.
E_{cc}	Tensión del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
I_{cc}	Corriente del ensayo de cortocircuito, en valor de fase.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito.
E_1	Tensión de fase del estator.
I_1	Corriente de fase del estator.
I_2'	Corriente de fase del rotor, referida al estator.
f	Frecuencia de la red.
P_1	Potencia absorbida por el motor.
P_u	Potencia útil.
P_{mi}	Potencia mecánica interna.
η	Rendimiento.
m_1	Número de fases del estator.
s	Deslizamiento.
M_{mi}	Par mecánico interno.
M_u	Par útil.

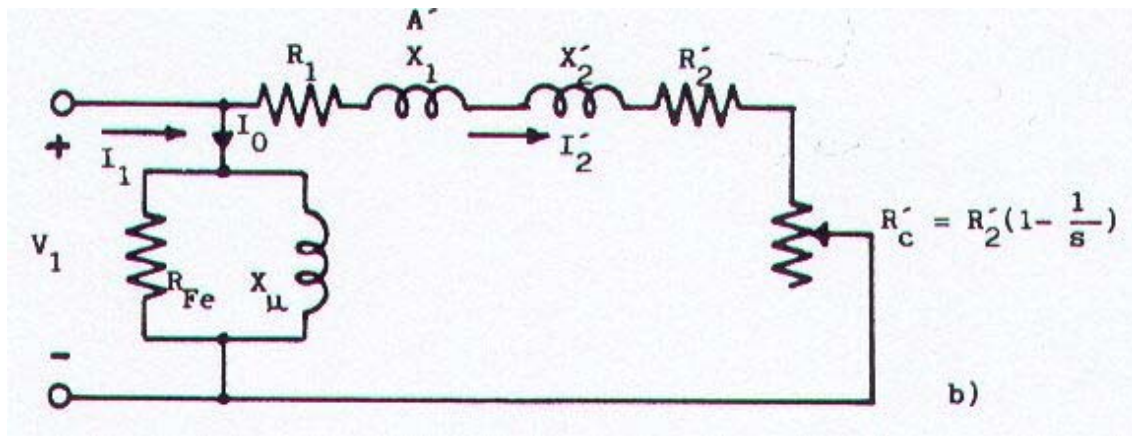
Apartado A

En este primer apartado del problema se pide calcular la velocidad, factor de potencia, rendimiento y potencia consumida por el motor en condiciones de plena carga. En esta situación particular de funcionamiento, la potencia útil desarrollada por el motor es la nominal. Este dato es conocido, junto con las pérdidas mecánicas, que se consideran constantes. Entonces se puede calcular la potencia mecánica interna desarrollada por el motor:

$$\begin{aligned}P_{u,nom} &= 2,2 \text{ kW} \\P_m &= 700 \text{ W} \\P_{mi} &= P_{u,nom} + P_m = 2,9 \text{ kW}\end{aligned}$$

Para resolver este apartado va a ser necesario antes determinar el deslizamiento de la máquina cuando trabaja a plena carga. Los siguientes pasos van encaminados a obtener una ecuación o fórmula que permita determinar el valor de s .

El circuito equivalente por fase del motor asíncrono es el siguiente:



En nuestro caso particular, la resistencia equivalente de las pérdidas en el hierro, R_{Fe} , suponemos que es nula, debido a que no hay datos para calcularla, por lo que no debe aparecer en el circuito equivalente. La potencia mecánica interna P_{mi} que se acaba de calcular equivale a las pérdidas por efecto Joule en la resistencia equivalente de carga R_c' :

$$P_{mi} = 3 \cdot R_c' \cdot I_2'^2$$

Si se utiliza el circuito equivalente de la máquina se puede obtener una expresión para la corriente I_2' . La aplicación de la segunda ley de Kirchoff da lugar a la siguiente expresión para el módulo de esta corriente:

$$I_2' = \frac{E_1}{\sqrt{(R_{cc} + R_c')^2 + X_{cc}^2}}$$

Se eleva al cuadrado esta expresión, y se sustituye en la fórmula de la potencia mecánica interna:

$$P_{mi} = \frac{3 \cdot R_c' \cdot E_1^2}{(R_{cc} + R_c')^2 + X_{cc}^2}$$

En esta expresión de la potencia mecánica interna, en principio, no aparece el deslizamiento s de la máquina. Sin embargo, la resistencia equivalente de carga R_c' sí que depende de s .

$$R_c' = R_2 \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$$

Si sustituimos esta última relación en la expresión de la P_{mi} , se obtiene una ecuación que permite calcular el valor del deslizamiento a plena carga.

$$P_{mi} = \frac{3 \cdot R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1\right) \cdot E_1^2}{\left(R_1 + R_2' + R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1\right)\right)^2 + X_{cc}^2}$$

Esta ecuación de segundo grado tiene una única incógnita, que es el deslizamiento. Al resolverla se van a obtener los dos siguientes valores para s :

$$s_I = 0,64$$

$$s_{II} = 0,02$$

En este caso, las dos soluciones corresponden a un funcionamiento de la máquina como motor. Sin embargo, es fácil decidir que la primera solución no es válida según las condiciones normales de funcionamiento. Se ha visto, en el curso de máquinas, que este tipo de máquina funciona con deslizamientos bajos, o lo que es lo mismo, con velocidades próximas a la de sincronismo. Por eso, aceptamos como solución válida la segunda. Ya estamos en condiciones de poder calcular los valores pedidos:

- Velocidad de plena carga.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$

$$n = (1 - s) \cdot n_1 = (1 - s) \cdot \frac{60 \cdot f}{p} = 979,76 \text{ r.p.m.}$$

- Potencia consumida.

$$P_1 = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Necesitamos calcular previamente la corriente consumida por el motor y su factor de potencia. Tomamos como origen de fases la tensión de fase de alimentación del motor. Hay que tener en cuenta que el estator está conectado en estrella.

$$\overline{E_1} = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

La corriente del rotor referida al estator se obtiene de la siguiente forma:

$$\overline{I_2'} = \frac{\overline{E_1}}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right) + j \cdot X_{cc}} = 8,16 \angle -4,42^\circ \text{ A}$$

Para obtener el valor de la corriente consumida por el motor, habrá que sumar a la corriente que circula por el rotor, la corriente de magnetización:

$$\overline{I}_\mu = \frac{\overline{E}_1}{j \cdot X_\mu} = 4,23 \angle -90^\circ \quad A$$

La corriente del estator es por tanto:

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_2 + \overline{I}_\mu = 9,48 \angle -30,87^\circ \quad A$$

El factor de potencia de la máquina, al haber escogido como origen de fases la tensión de alimentación, es igual al coseno del argumento de la corriente I_1 :

$$\cos \varphi_1 = \cos(-30,87^\circ) = 0,86 \quad (\text{Inductivo})$$

Ya se han calculado las variables necesarias para determinar la potencia consumida por el motor a plena carga:

$$P_1 = 3099,70 \quad W$$

- Factor de potencia.

El factor de potencia a plena carga del motor ha sido determinado con anterioridad.

$$\cos \varphi_1 = \cos(-30,87^\circ) = 0,86 \quad (\text{Inductivo})$$

- Rendimiento del motor.

La potencia consumida ya es conocida, y la potencia útil a plena carga es un dato del enunciado del problema. Por lo tanto el rendimiento queda:

$$\eta = \frac{P_{u,nom}}{P_1} \cdot 100 = 70,97\%$$

Apartado B

En este segundo apartado, se pide el par máximo que es capaz de desarrollar el motor, y el deslizamiento al cuál se produce. Se sobreentiende que la alimentación del motor seguirá siendo de 220 voltios. Para obtener estos dos datos, basta con emplear las fórmulas desarrolladas en la teoría y que han sido empleadas en los problemas realizados en clase.

- Par máximo.

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot E_1^2}{2 \cdot \Omega_1 \cdot \left(R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \right)} = 110,61 \quad N \cdot m$$

- Deslizamiento de par máximo.

$$s_{M_{\max}} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = 0,22$$

Apartado C

Ahora tenemos que determinar si el motor va a ser capaz de arrancar en tres casos diferentes de par resistente. El arranque es de tipo directo a la tensión nominal de alimentación del motor. Hay que calcular el par de arranque del motor, y compararlo con los pares resistentes propuestos. Cuando el par de arranque sea mayor que el resistente la máquina será capaz de ponerse en marcha.

Se va a determinar el par de arranque de esta máquina en un arranque de tipo directo, sabiendo que el deslizamiento en esta situación vale 1.

$$M_{arr} = M_i(s=1) = \frac{3 \cdot R_2' \cdot E_1^2}{\Omega_1 \cdot (R_{cc}^2 + X_{cc}^2)} = 56,83 \quad N \cdot m$$

Este par es mayor que el par resistente cuando éste vale 10 y 50 Nm. En estos dos casos la máquina consigue arrancar. En el tercero ocurre todo lo contrario. El par resistente de 70 Nm es mayor que el par que la máquina es capaz de desarrollar en el instante de arranque. Ahora queda determinar en cuál de los dos casos en los que la máquina arranca, ésta lo hace más rápido. Planteamos la ecuación mecánica que rige el movimiento de rotación del rotor del motor en el instante de arranque.

$$M_{arr} - M_{res} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

La aceleración inicial del motor depende de la diferencia entre el par de arranque y el par resistente. Esta diferencia es mayor cuando el par resistente es de 10 Nm. Por lo tanto, es en este caso en el que se produce el arranque más rápido.

Apartado D

Ahora se quiere reducir la corriente de arranque en al menos un 25%. Como solución se plantea el alimentar al motor a través de un transformador ideal. Éste va a reducir la tensión de alimentación del motor a 130 voltios. Al considerar que es ideal no se producen pérdidas ni caídas de tensión adicionales. Entonces, podemos considerar que el motor estará alimentado, en este caso, a 130 voltios. Para ver si se consigue el objetivo, se calculará la corriente de arranque en los dos casos planteados: arranque directo a 220 voltios, y arranque a través del transformador a 130 voltios.

$$\overline{I_{1,arr}} = \overline{I_{\mu}} + \overline{I'_{2,arr}}$$

$$\overline{I'_{2,arr}} = \frac{\overline{E_1}}{R_{cc} + j \cdot X_{cc}}$$

La corriente de magnetización fue calculada en un apartado anterior.

- Corriente de arranque con alimentación a 220 voltios.

$$\overline{I'_{2,arr,220}} = \frac{\frac{220}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{1 + j \cdot 1,2} = 81,31 \angle -50,19^\circ \quad A$$

$$\overline{I_{1,arr,220}} = 84,61 \angle -52,03^\circ \quad A$$

- Corriente de arranque con alimentación a 130 voltios.

$$\overline{I'_{2,arr,130}} = \frac{\frac{130}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{1 + j \cdot 1,2} = 48,05 \angle -50,19^\circ \quad A$$

$$\overline{I_{1,arr,130}} = 50 \angle -52,03^\circ \quad A$$

La corriente de arranque se ha reducido en el siguiente porcentaje:

$$\frac{\overline{I_{1,arr,220}} - \overline{I_{1,arr,130}}}{\overline{I_{1,arr,220}}} \cdot 100 = 43,21\%$$

El porcentaje de reducción ha sido del 43,21%. Por lo tanto, empleando el transformador para alimentar el motor en el arranque se consigue reducir la corriente en al menos un 25%.

Apartado E

Al emplear el transformador para alimentar el motor durante el arranque surge un problema: el par de arranque es proporcional a la tensión de alimentación al cuadrado. Como hemos reducido la tensión de alimentación, también ha bajado el par de arranque de la máquina.

El nuevo par de arranque valdrá:

$$M'_{arr} = \frac{3 \cdot R'_2 \cdot E_1^2}{\Omega_1 \cdot (R_{cc}^2 + X_{cc}^2)} = \frac{3 \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{130}{\sqrt{3}}\right)^2}{\Omega_1 \cdot (1^2 + 1,2^2)} = 19,84 \quad N \cdot m$$

El % de reducción del par de arranque se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{M_{arr,220} - M_{arr,130}}{M_{arr,220}} \cdot 100 = 65,08\%$$

Ahora el motor no va a ser capaz de arrancar cuando el par resistente sea de 50 Nm. Por supuesto que tampoco cuando valga 70 Nm. Con este tipo de arranque el motor solo se pondrá en movimiento para el par resistente de 10 Nm.

PROBLEMA 4

Un motor asíncrono trifásico de rotor en jaula de ardilla, tiene una placa de características en la que se leen únicamente los siguientes datos:

380/660 V; 50 Hz; 585 r.p.m.

Los parámetros del circuito equivalente del motor son:

$$I_{Fe} = I_{\mu} = 0; P_m = 0; R_1 = 0,5 \, \Omega; R_2' = 0,7 \, \Omega; X_1 = X_2' = 3 \, \Omega$$

Si se conecta el motor a una red de 380 V y 50 Hz, indicar:

- La forma de conexión del estator del motor y dibujo de la placa de bornes correspondiente.
- Conectado el motor correctamente, de acuerdo con el apartado anterior, hallar en el caso en que el motor gire a plena carga a una velocidad de 585 r.p.m., el valor de la corriente absorbida por el motor de la línea, el f.d.p. del motor en estas condiciones y la potencia absorbida por el motor de la red.
- Potencia desarrollada por el motor en las condiciones del apartado anterior, par mecánico en el eje y rendimiento del motor.
- Si girando la máquina como motor a 585 r.p.m., se intercambian súbitamente dos fases de la red de alimentación, ¿cuál será, en esos momentos, el par de frenado desarrollado por la máquina?
- Si la máquina se hace girar a 615 r.p.m. movida por un motor diesel acoplado a su eje, en el mismo sentido que funcionaba como motor y sin cambiar la secuencia de fases, hallar la potencia mecánica absorbida y la potencia eléctrica que la máquina entrega a la red.

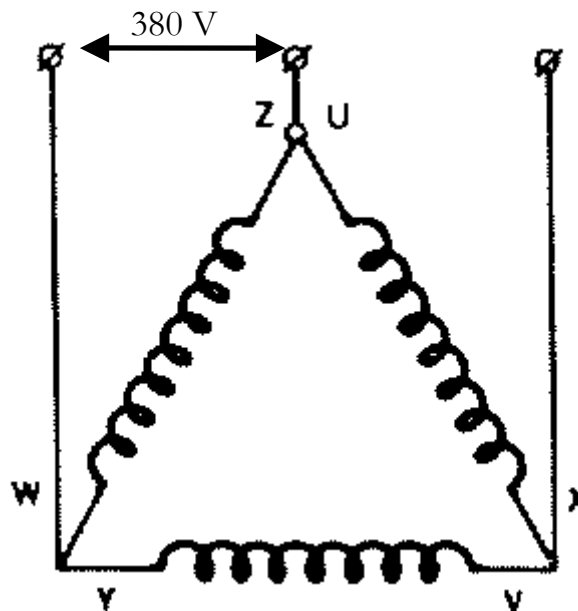
Solución

Notación empleada

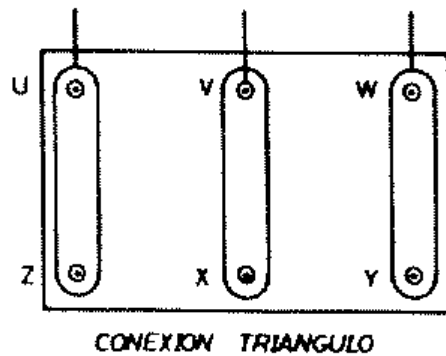
n	Velocidad de giro del motor en r.p.m.
n_1	Velocidad de sincronismo en r.p.m.
s	Deslizamiento del motor.
Ω	Velocidad de giro del motor expresada en radianes/segundo.
E_1	Tensión de fase del estator.
i_1	Intensidad de corriente del estator.
I_1	Intensidad de corriente de línea.
i_2'	Intensidad de corriente de rotor referida al estator.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_c'	Resistencia de carga.
X_1	Reactancia por fase del estator.
X_2'	Reactancia por fase del rotor referida al estator.
f_1	Frecuencia de la red de alimentación.
P_1	Potencia activa absorbida por el estator.
P_u	Potencia útil.
P_m	Potencia de pérdidas mecánicas.
P_{mi}	Potencia mecánica interna.
P_{abs}	Potencia absorbida por la máquina cuando funciona como generador.
P_{ent}	Potencia entregada por la máquina cuando funciona como generador.
M_u	Par útil desarrollado por el motor.
M_i	Par mecánico interno.
M_f	Par de frenado.
ζ	Rendimiento del motor.

Apartado A

Las tensiones de alimentación del motor son 380/660 V. La primera corresponde a la conexión en triángulo del motor y la segunda a la conexión en estrella. En los dos tipos de conexión, las fases del estator están sometidas a la misma tensión de 380 voltios. Como la red de alimentación es de 380 voltios entre fases, la conexión del estator del motor deberá ser en triángulo.



El dibujo de la placa de bornes correspondiente a la conexión en triángulo del estator del motor es el siguiente:



Apartado B

El motor a plena carga tiene que funcionar a un deslizamiento s bajo. Si la velocidad de giro del motor a plena carga es 585 r.p.m., para que el deslizamiento sea bajo la velocidad de sincronismo n_1 deberá ser un valor muy próximo a n .

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{p} = \frac{3.000}{p}$$

El número de pares de polos del motor es desconocido, pero como n_1 debe ser próximo a 585 r.p.m. se puede adivinar que el motor tendrá 10 polos.

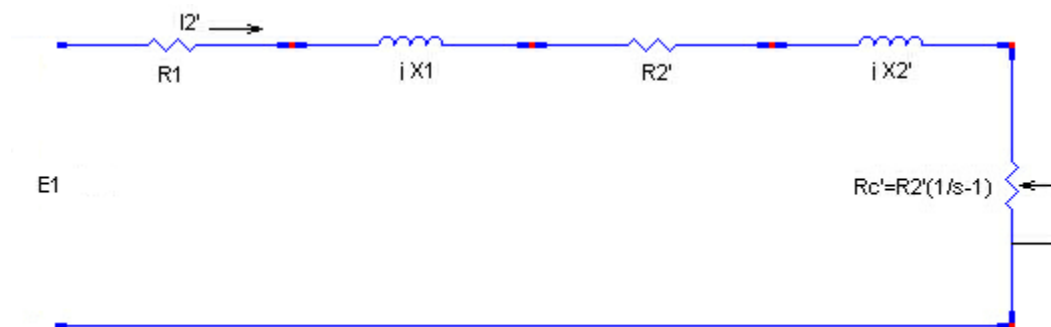
$$n_1 = \frac{3.000}{5} = 600 \text{ r.p.m.}$$

El deslizamiento de plena carga será por tanto:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{600 - 585}{600}$$

$$s = 0,025$$

El circuito equivalente por fase del motor es el siguiente:



En este circuito no aparece la rama en paralelo porque en el enunciado se indica que la corriente de magnetización I_μ y la corriente de pérdidas en el hierro I_{FE} son nulas. La impedancia equivalente de todo el motor es la siguiente:

$$\bar{Z}_{eq} = \left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right) + j \cdot (X_1 + X_2') = \left(0,5 + \frac{0,7}{0,025} \right) + j \cdot (3 + 3)$$

$$\bar{Z}_{eq} = 28,5 + j \cdot 6$$

Si se toma como origen de fases la tensión de alimentación del motor E_1 , la corriente de fase absorbida por el motor es la siguiente:

$$\bar{i}_2' = \bar{i}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{380 \angle 0^\circ \text{ V}}{28,5 + j \cdot 6 \Omega}$$

$$\bar{i}_1 = 13,047 \angle -11,889^\circ \text{ A}$$

La corriente absorbida por el motor de la línea es, por tanto, la siguiente:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot i_1 = \sqrt{3} \cdot 13,047$$

$$I_1 = 22,599 \text{ A}$$

El factor de potencia del motor es el coseno del ángulo que existe entre la tensión y corriente de fase:

$$\text{f.d.p.} = \cos(-11,889^\circ) = 0,979 \text{ (Inductivo)}$$

Y por último queda determinar la potencia absorbida por el motor de la red:

$$P_1 = 3 \cdot E_1 \cdot i_1 \cdot \cos(\varphi_1) = 3 \cdot 380 \cdot 13,047 \cdot 0,979$$

$$P_1 = 14.561,235 \text{ W}$$

Apartado C

En el enunciado del motor se indica que la potencia de pérdidas mecánicas P_m se considere nula, por tanto, la potencia útil del motor P_u coincide con la potencia mecánica interna P_{mi} . Esta potencia coincide con la potencia disipada por efecto Joule en la resistencia de carga R_c' .

$$P_u = P_{mi} = 3 \cdot R_c' \cdot i_2'^2 = 3 \cdot R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cdot i_2'^2 = 3 \cdot 0,7 \cdot \left(\frac{1}{0,025} - 1 \right) \cdot 13,047^2$$

$$P_u = 13.941,363 \text{ W}$$

Una vez encontrada la potencia útil que está suministrando el motor podemos conocer el par útil M_u . En este caso, al ser despreciables las pérdidas mecánicas, el par útil coincide con el par mecánico interno M_i .

$$M_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} \cdot n} = \frac{13.941,363}{\frac{2\pi}{60} \cdot 585}$$

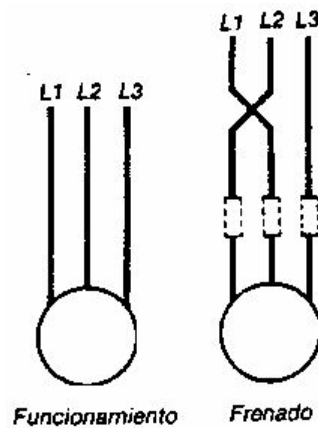
$$M_u = 227,573 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El rendimiento del motor es la relación entre la potencia de salida o útil del motor, y la potencia consumida por el mismo.

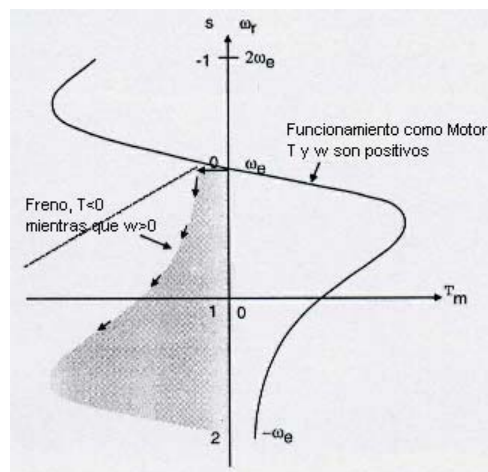
$$\zeta = \frac{P_u}{P_i} \cdot 100 = \frac{13.941,363}{14.561,235} \cdot 100$$

$$\zeta = 95,743\%$$

Apartado D



Este método de frenado de máquinas asíncronas se denomina frenado por contra-corriente. Al invertir dos fases de la alimentación se invierte el sentido de giro del campo magnético giratorio producido por el estator en el entrehierro. El rotor, debido a su inercia, sigue girando en el mismo sentido. Si se sigue tomando como sentido positivo el de giro del campo magnético del entrehierro, está claro que el par desarrollado por el motor, cuando se produce el intercambio de dos fases de la alimentación, pasa a ser negativo. Lo mismo ocurre con la velocidad de giro del motor.



En la gráfica anterior se puede observar que cuando se produce el intercambio de las dos fases cambia la curva característica par-velocidad del motor. Inicialmente el punto de trabajo del motor se encontraba en la zona de funcionamiento como motor. La curva característica par-velocidad del motor corresponde a la no sombreada de la figura. Al cambiar las dos fases y comenzar el campo magnético a girar en sentido contrario, la curva característica par-velocidad cambia. Ahora es la curva sombreada de la gráfica la que rige cuál es el comportamiento del motor. El deslizamiento pasa a tomar un valor mayor que uno, y por lo tanto el punto de trabajo corresponde a la zona de funcionamiento como freno de la máquina.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{600 - (-585)}{600}$$

$$s = 1,975$$

La velocidad n de giro del motor lleva signo negativo porque ahora el rotor gira en sentido contrario al campo magnético del entrehierro, que es el que marca el sentido de giro positivo. El par de frenado M_f se puede obtener a partir de la potencia desarrollado por el motor, P_{mi} . Se sigue utilizando el mismo circuito equivalente por fase del motor, pero teniendo en cuenta que el deslizamiento ahora es mayor que 1. La intensidad que consume el motor en el instante de intercambio de las dos fases de la alimentación es la siguiente:

$$\bar{i}_2' = \bar{i}_1 = \frac{\bar{E}_1}{Z_{eq}} = \frac{\bar{E}_1}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right) + j \cdot (X_1 + X_2')} = \frac{380 \angle 0^\circ \text{ V}}{\left(0,5 + \frac{0,7}{1,975}\right) + j \cdot (3 + 3)}$$

$$\bar{i}_1 = 62,701 \angle -81,895^\circ \text{ A}$$

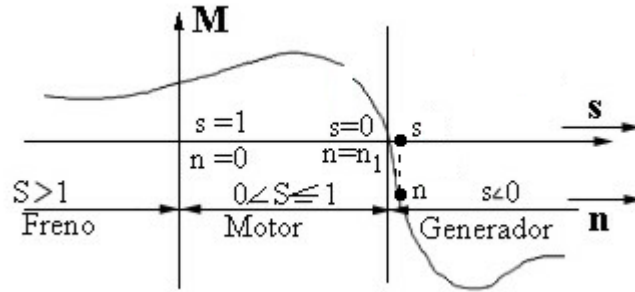
Entonces el par de frenado será el siguiente:

$$M_f = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} \cdot n} = \frac{3 \cdot R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1\right) \cdot i_2'^2}{\frac{2\pi}{60} \cdot n} = \frac{3 \cdot 0,7 \cdot \left(\frac{1}{1,975} - 1\right) \cdot 62,701^2}{\frac{2\pi}{60} \cdot (-585)}$$

$$M_f = 66,531 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Apartado E

En este apartado se obliga al motor a girar a una velocidad superior a la de sincronismo. Entonces la máquina va a funcionar como generador. Absorberá una potencia mecánica, que es la que proporciona el motor diesel que hace girar el rotor de la máquina, y entrega a la red una potencia útil, que es potencia eléctrica. Ahora el deslizamiento tomará un valor negativo, que corresponde a la zona de funcionamiento como generador, como se puede observar en la siguiente gráfica.



El circuito equivalente por fase es el mismo que se ha utilizado durante todo el problema. El deslizamiento de la máquina correspondiente a este funcionamiento como generador es el siguiente:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{600 - 615}{600}$$

$$s = -0,025$$

Si se sigue tomando como origen de fases la tensión del estator E_1 , la intensidad de corriente proporcionada por la máquina a la red es la siguiente:

$$\bar{i}_2' = \bar{i}_1 = \frac{\bar{E}_1}{Z_{eq}} = \frac{\bar{E}_1}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right) + j \cdot (X_1 + X_2')} = \frac{380 \angle 0^\circ \text{ V}}{\left(0,5 + \frac{0,7}{-0,025}\right) + j \cdot (3 + 3)}$$

$$\bar{i}_1 = 13,501 \angle -167,692^\circ \text{ A}$$

La potencia que la máquina absorbe del motor diesel esta representada, en este caso, por la potencia disipada por efecto Joule en la resistencia de carga R_c' .

$$P_{abs} = 3 \cdot R_c' \cdot i_2'^2 = 3 \cdot R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1\right) \cdot i_2'^2 = 3 \cdot 0,7 \cdot \left(\frac{1}{-0,025} - 1\right) \cdot 13,501^2$$

$$P_{abs} = 15.694,050 \text{ W}$$

La potencia entregada a la red es la calculada anteriormente menos la potencia perdida en las resistencia del estator y del rotor.

$$P_{ent} = P_{abs} - 3 \cdot (R_1 + R_2') \cdot i_2'^2 = 15.694,050 - 3 \cdot (0,5 + 0,7) \cdot 13,501^2$$

$$P_{ent} = 15.037,853 \text{ W}$$

PROBLEMA 5

Un motor de inducción de 4 polos, 460 V, 60 Hz, conectado en Y tiene las siguientes impedancias en Ω /fase referidas al circuito del estator:

$$R_1 = 0,641 \, \Omega; R_2' = 0,332 \, \Omega; X_1 = 1,106 \, \Omega; X_2' = 0,464 \, \Omega; X_\mu = 26,3 \, \Omega$$

Las pérdidas rotacionales son 1100 W y se asumen como constantes. Las pérdidas en el hierro están incluidas en las pérdidas rotacionales. Si el motor se alimenta a voltaje y frecuencia nominales y gira con un deslizamiento del 2,2 %, calcular:

- a) La velocidad.
- b) La corriente en el estator.
- c) El factor de potencia.
- d) Potencia mecánica y potencia de salida.
- e) Par producido y par de salida.
- f) El rendimiento.

Suponiendo, ahora, que el motor anterior es de rotor devanado, calcular:

- g) Par máximo. ¿A qué velocidad y a que deslizamiento se presenta?
- h) Par de arranque del motor.
- i) Cuando se duplica la resistencia del rotor, ¿cuál es la velocidad a la que ocurre el par máximo? ¿Cuál es el nuevo par de arranque del motor?

Solución

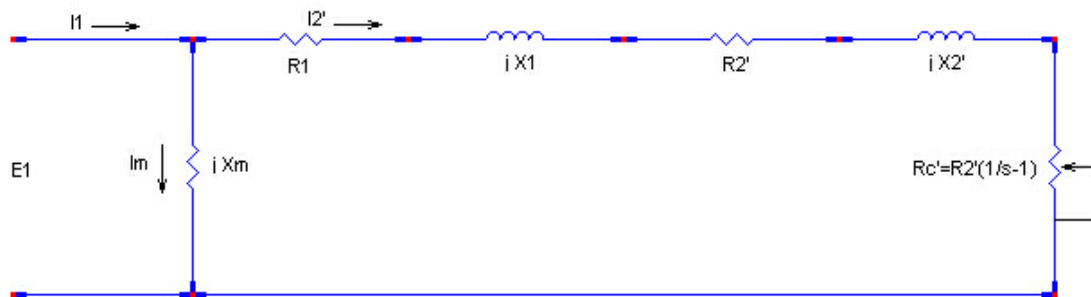
Notación empleada

n	Velocidad de giro del motor en r.p.m.
n_1	Velocidad de sincronismo en r.p.m.
$n_{M,\max}$	Velocidad de par máximo.
s	Deslizamiento del motor.
$s_{M,\max}$	Deslizamiento de par máximo.
Ω	Velocidad de giro del motor expresada en radianes/segundo.
p	Número de pares de polos.
E_1	Tensión de fase del estator.
I_1	Intensidad de corriente del estator. Valor de fase.
I_2'	Intensidad de corriente de rotor referida al estator.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_c'	Resistencia de carga.
X_1	Reactancia por fase del estator.
X_2'	Reactancia por fase del rotor referida al estator.
X_m	Reactancia de magnetización.
f_1	Frecuencia de la red de alimentación.
P_1	Potencia activa absorbida por el estator.
P_u	Potencia útil.
P_m	Potencia de pérdidas mecánicas.
P_{mi}	Potencia mecánica interna.
P_a	Potencia del entrehierro.
M_u	Par útil desarrollado por el motor.
M_1	Par mecánico interno.
$M_{\max}$	Par máximo.
M	Par.
M_{arr}	Par de arranque.
ζ	Rendimiento del motor.

Apartado A

En las pérdidas rotacionales se han incluido las pérdidas en el hierro, y se suponen constantes. Para calcular la potencia útil del motor habrá que restar a la potencia mecánica interna las pérdidas rotacionales antes mencionadas.

En el enunciado del problema se proporcionan los parámetros del circuito equivalente del motor excepto la resistencia de pérdidas en el hierro R_{FE} , por lo que ésta no aparecerá en el circuito equivalente.



Circuito equivalente por fase del motor asíncrono.

Para determinar la velocidad n de giro del motor hay que utilizar la expresión del deslizamiento.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$

$$n = (1 - s) \cdot n_1$$

El deslizamiento s es conocido. Sólo hay que calcular la velocidad de sincronismo n_1 .

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 60}{2} = 1.800 \text{ r.p.m.}$$

La velocidad de giro del motor es:

$$n = (1 - s) \cdot n_1 = (1 - 0,022) \cdot 1.800$$

$$n = 1760,4 \text{ r.p.m.}$$

Apartado B

Para determinar I_1 se va a emplear el circuito equivalente por fase del motor. Se va a reducir todo el circuito a una sola impedancia equivalente. La resistencia total de la rama en serie del circuito equivalente es la siguiente:

$$R_s = R_1 + R_2' + R_c' = R_1 + R_2' + R_2' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = R_1 + \frac{R_2'}{s}$$

$$R_s = 0,641 + \frac{0,332}{0,022} = 15,733 \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

La reactancia total de la rama serie del circuito equivalente del motor es:

$$X_s = X_1 + X_2' = 1,106 + 0,464$$

$$X_s = 1,570 \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

La impedancia total de la rama en serie es:

$$\bar{Z}_s = R_s + j X_s = 15,733 + j 1,570 = 15,811 \angle 5,699^\circ \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

Esta impedancia está en paralelo con la reactancia de magnetización X_m . La impedancia equivalente de la asociación en paralelo de ambas es la siguiente:

$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1}{j X_m} + \frac{1}{\bar{Z}_s}$$

$$\bar{Z}_{eq} = 12,993 \angle 35,144^\circ \Omega / \text{Fase}$$

Si se toma como origen de fases la tensión de fase del estator E_1 la corriente del estator es:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{460 / \sqrt{3} \angle 0^\circ \text{ V}}{12,993 \angle 35,144^\circ \Omega}$$

$$\bar{I}_1 = 20,440 \angle -35,144^\circ \text{ A}$$

Apartado C

$$\cos \varphi_1 = \cos(-35,144^\circ) = 0,818 \text{ (Inductivo)}$$

Apartado D

La potencia del entrehierro P_a está relacionada con la potencia mecánica P_{mi} y la potencia de pérdidas en el cobre del rotor P_{cu2} .

$$P_a = \frac{P_{mi}}{1-s} = \frac{P_{cu2}}{s}$$

Entonces se puede calcular la potencia mecánica del motor a partir de la potencia de pérdidas en el cobre del rotor y conociendo también el deslizamiento s .

$$P_{mi} = \frac{1-s}{s} P_{cu2}$$

Es necesario determinar la intensidad de corriente del rotor I_2' , para poder calcular la pérdidas en el cobre del rotor. Si se utiliza el circuito equivalente por fase del motor y tomando, como antes, la tensión de fase del estator como origen de fases se puede escribir:

$$\bar{I}_2' = \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_s} = \frac{460 / \sqrt{3} \angle 0^\circ \text{ V}}{15,811 \angle 5,699^\circ \Omega} = 16,797 \angle -5,699^\circ \text{ A}$$

Las pérdidas en el cobre del rotor son:

$$P_{cu2} = 3 \cdot R_2' \cdot I_2'^2 = 3 \cdot 0,332 \cdot 16,797^2 = 281,011 \text{ W}$$

y la potencia mecánica:

$$P_{mi} = \frac{1 - 0,022}{0,022} 281,011 = 12.492,201 \text{ W}$$

La potencia útil o de salida se obtendrá restando a la potencia mecánica la potencia de pérdidas, que el enunciado dice que consideremos constantes.

$$P_u = P_{mi} - P_m = 12.492,201 - 1.100 = 11.392,201 \text{ W}$$

Apartado E

El par total desarrollado por el motor hay que calcularlo a partir de la potencia mecánica interna.

$$M_1 = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} n} = \frac{12.492,201}{\frac{2\pi}{60} 1.760,4}$$

$$M_1 = 67,764 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par útil o de salida se obtiene a partir de la potencia útil desarrollada por el motor:

$$M_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} n} = \frac{11.392,201}{\frac{2\pi}{60} 1.760,4}$$

$$M_u = 61,797 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Apartado F

La potencia consumida por el motor es la siguiente:

$$P_1 = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot \frac{460}{\sqrt{3}} \cdot 20,440 \cdot 0,818 = 13.321,485 \text{ W}$$

El rendimiento de la máquina será:

$$\varsigma = \frac{11.392,201}{13.321,485} 100 = 85,517\%$$

Apartado G

El par máximo se puede calcular empleando la siguiente expresión:

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot E_1^2}{2 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot \left(R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \right)}$$

En esta expresión se conocen todos los parámetros. Como se puede observar el par máximo que es capaz de desarrollar el motor es independiente de la resistencia del rotor. Sustituyendo todos las variables por sus valores, el par máximo es el siguiente:

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot \left(\frac{460}{\sqrt{3}} \right)^2}{2 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 1800 \cdot \left(0,641 + \sqrt{0,641^2 + 1,570^2} \right)} = 240,193 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Sin embargo el deslizamiento de par máximo si que es función de la resistencia del rotor:

$$s_{M,\max} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{0,332}{\sqrt{0,641^2 + 1,570^2}} = 0,196$$

La velocidad a la que el motor es capaz de proporcionar el par máximo es:

$$n_{M,\max} = (1 - s_{M,\max}) \cdot n_1 = (1 - 0,196) \cdot 1800 = 1.447,603 \text{ r.p.m.}$$

Apartado H

En el arranque la velocidad n del rotor es nula, y por lo tanto el deslizamiento vale uno.

$$s_{\text{arr}} = \frac{n_1 - n_{\text{arr}}}{n_1} = \frac{n_1 - 0}{n_1} = 1$$

El par en el arranque se encontrará empleando la expresión del par mecánico en función de los parámetros del circuito equivalente del motor:

$$M = \frac{3 \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot E_1^2}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot \left(\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{cc}^2 \right)}$$

Si se sustituye el deslizamiento por uno, correspondiente a la situación inicial del arranque, se obtiene el valor del par en dicho momento:

$$M_{arr} = \frac{3 \cdot \frac{0,332}{1} \cdot \left(\frac{460}{\sqrt{3}}\right)^2}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1.800 \cdot \left(\left(0,641 + \frac{0,332}{1}\right)^2 + 1,570^2 \right)}$$

$$M_{arr} = 109,242 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Apartado I

Al aumentar la resistencia del rotor se modifica la característica par-deslizamiento del motor. Como consecuencia cambian la velocidad a la que se obtiene el par máximo, y el par de arranque del motor. La corriente consumida por el motor durante el arranque disminuye, pero el par máximo que es capaz de desarrollar el motor no varía.

El nuevo deslizamiento de par máximo al duplicar la resistencia del rotor es:

$$s_{M,max} = \frac{2 \cdot R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{2 \cdot 0,332}{\sqrt{0,641^2 + 1,570^2}}$$

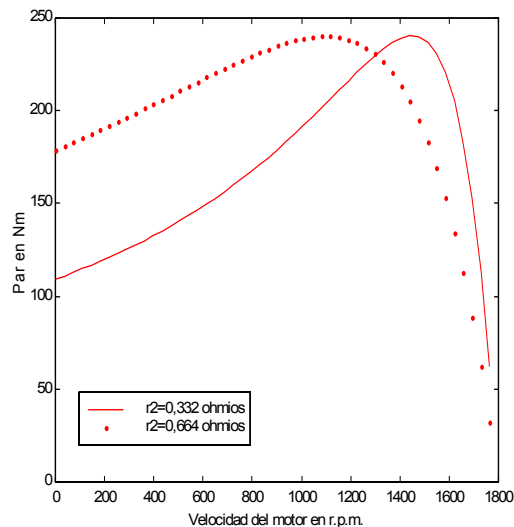
$$s_{M,max} = 0,392$$

La nueva velocidad a la que el motor es capaz de proporcionar el par máximo es la siguiente:

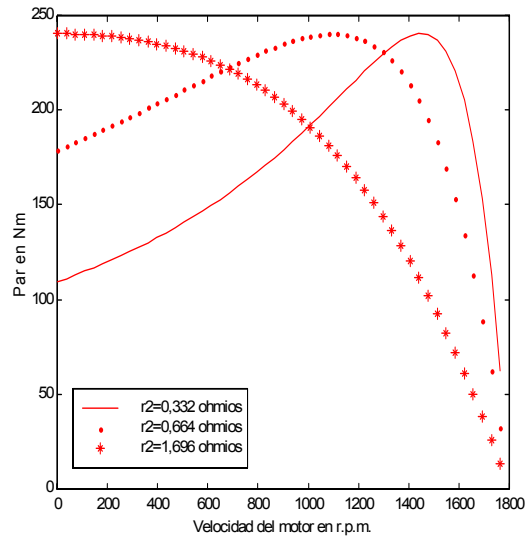
$$n_{M,max} = (1 - s_{M,max}) \cdot n_1 = (1 - 0,392) \cdot 1.800$$

$$n_{M,max} = 1.095,205 \text{ r.p.m.}$$

El par máximo que es capaz de desarrollar el motor, al no depender de la resistencia del rotor, no varía.



En la gráfica anterior se encuentran representadas la característica par-velocidad del motor para los dos valores de la resistencia del rotor. Al aumentar dicha resistencia se puede observar que el par máximo no ha variado, aunque si lo ha hecho la velocidad a la que se obtiene. El par máximo se obtiene ahora a una velocidad menor. El par de arranque también ha aumentado. Se podría llegar a conseguir el par máximo del motor en el momento del arranque si se aumenta la resistencia del rotor lo suficiente. En este caso si se añade a la resistencia inicial del rotor una resistencia adicional de 1,364 ohmios se obtendrá el par máximo en el arranque como se puede observar en la siguiente representación gráfica.



Para completar las preguntas del apartado queda calcular el par de arranque cuando se duplica la resistencia inicial del rotor:

$$M_{arr} = 178,83 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Este nuevo valor es mayor que el calculado para la resistencia inicial del rotor.

PROBLEMA 6

Un motor de inducción trifásico de 37 kW, 2200 V, 8 polos, da los siguientes resultados en un ensayo de cortocircuito: 740 V; 20 A; 7,3 kW. Con 2200 V en el estator, la tensión entre anillos deslizantes en circuito abierto es 275 V, y la resistencia del estator es 2,75 Ω /fase.

Calcular la resistencia que debe de añadirse por fase en el rotor para obtener el par máximo en el arranque. Estator y rotor en estrella. Admitanse iguales las dos relaciones de transformación.

Solución

Notación empleada

$s_{M,max}$	Deslizamiento de par máximo del motor.
E_1	Tensión de fase del estator.
i_{cc}	Intensidad de corriente del ensayo de cortocircuito. Valor de fase.
R_1	Resistencia por fase del estator.
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito.
R_a	Resistencia adicional del rotor, referida al rotor.
R_a'	Resistencia adicional del rotor, referida al estator.
X_1	Reactancia por fase del estator.
X_2'	Reactancia por fase del rotor referida al estator.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito.
Z_{cc}	Impedancia de cortocircuito.
P_{cc}	Potencia activa del ensayo de cortocircuito.
r_t	Relación de transformación del rotor al estator.

El objetivo de este problema es determinar el valor de la resistencia adicional, que hay que añadir por fase al rotor, para obtener el par máximo en el arranque. Con esta operación se consigue, además, reducir la corriente de arranque, y se modifica la curva característica par-deslizamiento del motor, desplazando el par máximo a valores de mayor deslizamiento, pero sin modificar el par máximo. El deslizamiento de par máximo se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$s_{M,max} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}}$$

R_2' es la resistencia del devanado del rotor, R_1 del devanado del estator, y X_{cc} es la reactancia de cortocircuito. En el arranque la velocidad de giro del motor, n , es cero, y por lo tanto el deslizamiento s del motor será igual a 1. Habrá que añadir al rotor una resistencia externa adicional R_a' para conseguir que el deslizamiento de par máximo sea igual a 1.

$$s_{M,max} = 1 = \frac{R_2' + R_a'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}}$$

De la expresión anterior se obtiene el valor de la resistencia adicional R_a' :

$$R_a' = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R_2'$$

En la expresión anterior desconocemos X_{cc} y R_2' . Debemos de ser capaces de determinar estos parámetros con los datos proporcionados en el enunciado del problema. Se conocen los resultados de un ensayo de cortocircuito, o de rotor bloqueado, realizado sobre la máquina asíncrona, con los que se puede determinar la impedancia de cortocircuito. Hay que tener en cuenta que los datos proporcionados en el enunciado son de línea, y que el estator está conectado en estrella.

$$P_{cc} = 3 \cdot E_{cc} \cdot i_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{3 \cdot E_{cc} \cdot i_{cc}} = \frac{7.300 \text{ W}}{3 \cdot \frac{740}{\sqrt{3}} \text{ V} \cdot 20 \text{ A}} = 0,29$$

$$\sin \varphi_{cc} = 0,96$$

Una vez conocido el coseno y seno de φ_{cc} se pueden calcular los valores de R_{cc} y X_{cc} .

$$E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = R_{cc} \cdot i_{cc}$$

$$R_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}}{i_{cc}} = \frac{\frac{740}{\sqrt{3}} \text{ V} \cdot 0,29}{20 \text{ A}} = 6,08 \Omega/\text{Fase}$$

$$E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = X_{cc} \cdot i_{cc}$$

$$X_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc}}{i_{cc}} = \frac{\frac{740}{\sqrt{3}} \text{ V} \cdot 0,96}{20 \text{ A}} = 20,48 \Omega/\text{Fase}$$

La impedancia de cortocircuito será:

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j \cdot X_{cc} = 6,08 + j \cdot 20,48 \Omega/\text{Fase}$$

La resistencia R_2' del rotor se puede encontrar a partir de R_{cc} y la resistencia del estator R_1 , proporcionada en el enunciado.

$$R_{cc} = R_1 + R_2'$$

$$R_2' = R_{cc} - R_1 = 6,08 - 2,75 = 3,33 \Omega/\text{Fase}$$

Ya podemos determinar el valor de la resistencia adicional del rotor:

$$R_a' = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R_2' = \sqrt{2,75^2 + 20,48^2} - 3,33^2$$

$$R_a' = 17,33 \Omega/\text{Fase}$$

Pero esta resistencia está referida al estator. Para reducirla al rotor deberemos encontrar el valor de la relación de transformación. En el enunciado se indica que las dos relaciones de transformación del motor son iguales, luego las relaciones entre las magnitudes del rotor y el estator son exactamente iguales a las que existen en un transformador entre el secundario y el primario. Si el rotor bobinado no está cortocircuitado, al alimentar el motor, no se inducen corrientes y el motor no gira. En este caso se comporta como un transformador. En el secundario, en este caso el rotor, se induce una fuerza electromotriz. La relación entre la tensión de alimentación del estator y la f.e.m. inducida en el rotor nos proporcionará la relación de transformación que estamos buscando.

$$E_1 = r_t \cdot E_{2,0}$$

$$r_t = \frac{E_1}{E_{2,0}} = \frac{2200/\sqrt{3}}{275/\sqrt{3}} = 8$$

La resistencia adicional referida al rotor será:

$$R_a = \frac{R_a'}{r_t^2} = \frac{17,33}{8^2} = 0,271 \Omega/\text{Fase}$$

PROBLEMA 7

Un motor asíncrono trifásico, conectado en estrella, de 37 kW, 440 V, 60 Hz, 4 polos, desarrolla la plena carga a 1746 r.p.m. cuando trabaja a tensión y frecuencia nominales con sus anillos rozantes cortocircuitados. El par máximo es doble que el par nominal. La resistencia del rotor es de $0,1 \Omega$ por fase y está conectado en estrella. Se suponen despreciables los parámetros del estator así como las pérdidas mecánicas. Se pide:

- a) Las pérdidas en el cobre del rotor a plena carga.
- b) La velocidad para par máximo.
- c) ¿Qué resistencia se debe poner en serie con el rotor para producir el par máximo en el arranque?.

El motor se conecta ahora a una alimentación de 50 Hz con la tensión aplicada ajustada para que la intensidad del motor y el par motor sean los mismos que a 60 Hz.

- d) Calcular la tensión aplicada.
- e) Calcular la velocidad a la que girará el motor en este caso con los anillos deslizantes cortocircuitados.

Solución

Notación empleada

n	Velocidad de giro del motor en r.p.m.	
n_1	Velocidad de sincronismo en r.p.m.	
$n_{M,\max}$	Velocidad de par máximo.	
s	Deslizamiento del motor.	
$s_{M,\max}$	Deslizamiento de par máximo.	
Ω	Velocidad de giro del motor expresada en radianes/segundo.	
p	Número de pares de polos.	
E_1	Tensión de fase del estator.	
$E_{1,50}$	Tensión de fase del estator, cuando la frecuencia es de 50 Hz.	
I_1	Intensidad de corriente del estator. Valor de fase.	
I_2'	Intensidad de corriente de rotor referida al estator. Valor de fase.	
R_1	Resistencia por fase del estator.	
R_2	Resistencia por fase del rotor referida al rotor.	
R_2'	Resistencia por fase del rotor referida al estator.	
R_c'	Resistencia de carga.	
R_a	Resistencia adicional del rotor referida al rotor.	
R_a'	Resistencia adicional del rotor referida al estator.	
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.	
X_1	Reactancia por fase del estator.	
X_2	Reactancia por fase del rotor referida al rotor.	
X_2'	Reactancia por fase del rotor referida al estator.	
$X_{2,50}$	Reactancia por fase del rotor referida al rotor, cuando la frecuencia es de	50 Hz.
$X_{2,60}$	Reactancia por fase del rotor referida al rotor, cuando la frecuencia es de	60 Hz.
X_μ	Reactancia de magnetización.	
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito.	
L	Inductancia del rotor.	
r_f	Relación de transformación del rotor al estator.	
f_1	Frecuencia de la red de alimentación.	
$f_{1,50}$	Frecuencia de la red de alimentación igual a 50 Hz.	
$f_{1,60}$	Frecuencia de la red de alimentación igual a 60 Hz.	
P_u	Potencia útil.	
P_{mi}	Potencia mecánica interna.	
P_a	Potencia del entrehierro.	
$P_{cu,2}$	Potencia de pérdidas en el cobre del rotor.	
M_u	Par útil desarrollado por el motor.	
$M_{\max}$	Par máximo.	
M_n	Par nominal.	

Apartado A

Como las pérdidas mecánicas se consideran despreciables, la potencia mecánica interna P_{mi} coincide con la potencia útil del motor.

$$P_{mi} = P_u = 37.000 \text{ W}$$

La potencia del entrehierro P_a está relacionada con la potencia mecánica interna y con la potencia de pérdidas en el cobre. Se puede aprovechar esta relación para calcular la potencia de pérdidas en el cobre del rotor a partir de la potencia mecánica del motor.

$$P_a = \frac{P_{mi}}{1-s} = \frac{P_{cu2}}{s}$$

$$P_{cu2} = \frac{s}{1-s} \cdot P_{mi}$$

Para poder utilizar esta última expresión es necesario determinar el deslizamiento s a partir de los datos de funcionamiento del motor a plena carga. La velocidad de sincronismo es:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 60}{2}$$

$$n_1 = 1.800 \text{ r.p.m.}$$

Entonces el deslizamiento será:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1.800 - 1.746}{1.800}$$

$$s = 0,030$$

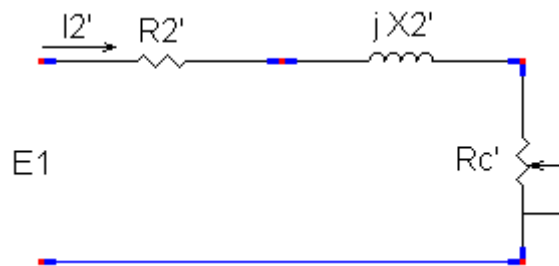
La potencia de pérdidas en el cobre del rotor es:

$$P_{cu2} = \frac{0,030}{1-0,030} \cdot 37.000$$

$$P_{cu2} = 1.144,330 \text{ W}$$

Apartado B

En el enunciado del problema no se proporcionan los parámetros de la rama en paralelo del circuito equivalente del motor. Tampoco se dan datos para calcularlos, y por eso no se consideran la resistencia de pérdidas en el hierro R_{FE} , y la reactancia de magnetización X_μ en el circuito equivalente del motor. También se suponen despreciables los parámetros del estator. Teniendo en cuenta todas estas consideraciones el circuito eléctrico equivalente del motor asíncrono, para este problema, es el siguiente:



De los distintos parámetros del circuito equivalente del motor conocemos los siguientes:

* La tensión de alimentación del estator E_1 (tensión de fase). Como el estator está conectado en estrella y la tensión proporcionada en el enunciado es un valor de línea, E_1 vale:

$$E_1 = \frac{440}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

* La resistencia del rotor R_2 . Pero necesitamos la misma resistencia referida al estator, R_2' . Será necesario calcular la relación de transformación del rotor al estator r_t .

$$R_2 = 0,1 \frac{\Omega}{\text{Fase}}$$

$$R_2' = r_t^2 \cdot R_2$$

* La resistencia de carga R_c' tiene la siguiente expresión en función de la relación de transformación:

$$R_c' = R_2' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 0,1 \cdot r_t^2 \cdot \left(\frac{1}{0,030} - 1 \right)$$

$$R_c' = 3,233 \cdot r_t^2$$

Para conocer la velocidad de par máximo es necesario calcular antes el deslizamiento de par máximo:

$$s_{M,\max} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{R_2'}{X_2'}$$

Aprovechando que conocemos la potencia mecánica del motor, y que el par máximo es el doble del par nominal, vamos a calcular los valores de R_2' y X_2' . A partir del circuito equivalente por fase del motor se puede calcular la corriente I_2' que circula por el rotor. La potencia mecánica desarrollada por el motor será igual a la potencia disipada por efecto Joule en la resistencia R_c' .

$$I_2' = \frac{E_1}{\sqrt{(R_2' + R_c')^2 + X_2'^2}} = \frac{\frac{440}{\sqrt{3}}}{\sqrt{(r_t^2 \cdot 0,1 + r_t^2 \cdot 3,233)^2 + X_2'^2 \cdot r_t^4}} = \frac{\frac{440}{\sqrt{3}}}{r_t^2 \sqrt{3,333^2 + X_2'^2}}$$

$$P_{mi} = 3 \cdot R_c' \cdot I_2'^2$$

$$37.000 = 3 \cdot r_t^2 \cdot 3,233 \cdot \frac{\left(\frac{440}{\sqrt{3}} \right)^2}{r_t^4 \cdot (3,333^2 + X_2'^2)}$$

$$r_t^2 \cdot (3,333^2 + X_2'^2) = 16,916 \quad (1)$$

Como tenemos una ecuación (1) con dos incógnitas, r_t y X_2' , necesitamos una segunda ecuación. Podemos calcular el par nominal con los datos proporcionados en el enunciado del problema. El par máximo será el doble.

$$M_n = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} n_1} = \frac{37.000}{\frac{2\pi}{60} 1.746}$$

$$M_n = 202,362 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\max} = 2 \cdot M_n = 404,724 \text{ N} \cdot \text{m}$$

La expresión del par máximo del motor en función de los parámetros del circuito equivalente es la siguiente:

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot E_1^2}{2 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot (R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2})} = \frac{3 \cdot E_1^2}{2 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot r_t^2 \cdot X_2}$$

$$\frac{3 \cdot \left(\frac{440}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 1.800 \cdot r_t^2 \cdot X_2} = 404,724$$

$$r_t^2 \cdot X_2 = 1,269 \quad (2)$$

Ya tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (ecuaciones (1) y (2)).

$$r_t^2 \cdot (3,333^2 + X_2^2) = 16,916$$

$$r_t^2 \cdot X_2 = 1,269$$

Al resolver dicho sistema nos quedamos con el siguiente par de soluciones:

$$X_2 = 0,893 \text{ } \Omega / \text{Fase}$$

$$r_t = 1,193$$

El deslizamiento de par máximo es:

$$s_{M,\max} = \frac{R_2'}{X_2'} = \frac{r_t^2 \cdot R_2}{r_t^2 \cdot X_2} = \frac{R_2}{X_2} = \frac{0,1}{0,893}$$

$$s_{M,\max} = 0,112$$

La velocidad de par máximo es la siguiente:

$$s_{M,\max} = \frac{n_1 - n_{M,\max}}{n_1}$$

$$n_{M,\max} = (1 - s_{M,\max}) \cdot n_1 = (1 - 0,112) \cdot 1.800$$

$$n_{M,\max} = 1.598,432 \text{ r.p.m.}$$

Apartado C

Ahora queremos que el motor de su par máximo en el arranque, es decir, que $s_{M,\max}$ sea igual a uno. La resistencia adicional R_a será la siguiente:

$$s_{M,\max} = \frac{R_2' + R_a'}{X_2'} = \frac{R_2 + R_a}{X_2} = 1$$
$$R_a = X_2 - R_2 = 0,893 - 0,1$$
$$R_a = 0,793 \, \Omega$$

Apartado D

Al variar la frecuencia de 60 Hz a 50 Hz cambia la reactancia X_2 :

$$X_{2,50} = 2 \cdot \pi \cdot f_{50} \cdot L$$
$$X_{2,60} = 2 \cdot \pi \cdot f_{60} \cdot L$$
$$\frac{X_{2,50}}{X_{2,60}} = \frac{f_{50}}{f_{60}} = \frac{50 \text{ Hz}}{60 \text{ Hz}}$$
$$X_2 = X_{2,50} = X_{2,60} \cdot \frac{50}{60} = 0,893 \cdot \frac{50}{60}$$
$$X_2 = 0,744 \, \Omega / \text{Fase}$$

La intensidad antes del cambio de frecuencia era:

$$I_2' = \frac{440 / \sqrt{3}}{1,193^2 \sqrt{3,333^2 + 0,893^2}}$$
$$I_2' = 51,728 \text{ A}$$

Este es el valor de la intensidad del motor que debe mantenerse con el cambio de frecuencia:

$$I_2' = \frac{E_{1,50}}{r_t^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}}$$
$$51,728 = \frac{E_{1,50}}{1,193^2 \sqrt{\left(\frac{0,1}{s}\right)^2 + 0,744^2}} \quad (1)$$

Es necesario calcular el nuevo deslizamiento porque al cambiar la frecuencia cambia la velocidad de sincronismo.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2}$$

$$n_1 = 1.500 \text{ r.p.m.}$$

Al realizar el cambio de frecuencia tampoco debe variar el par nominal del motor.

$$M_n = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{3 \cdot R_c \cdot I_2'}{\frac{2\pi}{60} \cdot n} = \frac{3 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1}{s} - 1\right) \cdot I_2'}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_1 \cdot (1-s)}$$

$$202,362 = \frac{3 \cdot (1,193 \cdot 0,1)^2 \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right) \cdot 51,728^2}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1.500 \cdot (1-s)}$$

$$s = 0,036$$

El valor del deslizamiento se puede sustituir en la ecuación (1) y calcular así E_1 :

$$51,728 = \frac{E_{1,50}}{1,193^2 \sqrt{\left(\frac{0,1}{0,036}\right)^2 + 0,744^2}}$$

$$E_{1,50} = 211,7 \text{ V}$$

Apartado E

$$n = (1-s) \cdot n_1 = (1-0,036) \cdot 1.500$$

$$n = 1.446 \text{ r.p.m.}$$

Soluciones

Problemas seleccionados

MÁQUINA ASÍNCRONA

1. a) $R_1 = 0,68 \Omega$; $R_2' = 0,486 \Omega$; $X_{cc} = 5,03 \Omega$; b) 16,85 Nm; 67,32 Nm; c) 79,76 %; d) 1555, 65 r.p.m.
2. a) 0,1162; b) 257,47 Nm; c) 59,04 Nm.
4. a) $\eta = 84,89 \%$; b) $N = 962,2$ r.p.m.; c) $P_{Cu2} = 219,6$ W; d) $P_{Cu1} = 292,22$ W; e) $R_1 = 0,194 \Omega$.
6. a) 600 r.p.m.; b) 12 r.p.m.; c) 600 r.p.m.; d) 1,2 Hz; e) 60° ; f) 12 polos; g) 3; h) 3,4 V.
7. a) Conexión en estrella; b) 59,76 Nm; Si; c) 925 r.p.m.; d) 18 A; 9,7 kW; e) ...
8. a) $n = 979,91$ r.p.m.; b) $U_1 = 213,21$ V; c) $M_{i,Max} = 694,43$ Nm.
10. a) $P_u = 3704,4$ W; b) $M_u = 3,28$ Nm; c) $I_{Arr} = 46,67 \angle -51,52^\circ$ A.
11. a) $P_{Fe} + P_m = 275,4$ W; b) $P_{Cu1} = 115$ W; c) $P_a = 3259,68$ W; d) $P_{Cu2} = 162,98$ W; e) $P_{mi} = 3096,69$ W; f) $P_{mi} = 4,15$ HP; g) $M_i = 17,29$ Nm; h) $\eta = 84,84 \%$; i) $\cos\phi_1 = 0,8477$.
12. a) $n = 989,30$ r.p.m.; b) $Fdp = 0,89$ (Inductivo); c) $\eta = 94,40 \%$; d) $M_{arr} = 449,40$ Nm; $M_{Max} = 3755,31$ Nm.
13. a) $n = 962,76$ r.p.m.; $M_u = 181,34$ Nm; $P_u = 18282,78$ W; $\eta = 91,04 \%$; b) $I_{Arr} = 264,92$ A; $M_{Arr} = 147,74$ Nm; c) $I_m = 185,95$ A; $M_m = 419,11$ Nm.
14. a) $n_{M_{max}} = 1125$ rpm.; b) $R_{ad1}' = 0,0242 \Omega$; $R_{ad2}' = 0,2358 \Omega$; c) Para R_{ad1}' : 6,06%, 0,412; para R_{ad2}' : 57,59%, 0,911.
15. a) $I_{Arr} = 63,32$ A; b) $M_{Arr} = 29,32$ Nm; c) $R_{ad} = 2,7326 \Omega$; d) $M_{Arr}' = 7,33$ Nm.
16. a) 9Ω ; b) 100 Nm.
17. a) $s = 0,04$; b) $P_{Cu2} = 0,78$ kW; c) $\eta = 88,6 \%$.
18. 7849 r.p.m.; 4585,2 W; 5,58 Nm; 18,35 A; 0,832 inductivo; 86,70 %.
19. a) 0,468; b) 0,263; c) 0,156.
20. a) $P_{Cu2} = 1235,79$ W; b) $\eta = 88,62 \%$; c) $I_1 = 43,02$ A; d) $f_2 = 2,5$ Hz.
21. a) $1,042 \Omega$ /fase; b) 256,19 W; c) 112,5 W; 253,12 W; 703,12 W; 450 W; d) 83,10%; 84,07 %; 81,50 %; 83,16 %; e) 284 W; 84,74 %.
22. a) 0,0633; 27,1 Nm; b) $8,675 \Omega$; c) 17,33 A.

23. a) 739 r.p.m.; b) 94 %; c) 0,8723; d) 4250 Nm; 577,4 Nm.

24. a) $s = 0,04$; b) $P_{Cu2} = 0,78 \text{ kW}$; c) $\eta = 88,6 \%$.

25. $R_{Fe} = 83,78 \Omega$; $X_{\mu} = 6,12 \Omega$; $R_{cc} = 0,15 \Omega$; $X_{cc} = 0,50 \Omega$; $X_1 = 0,25 \Omega$; $X_2 = 0,025 \Omega$.

26. a) $M_{Arr} = 40,56 \text{ Nm}$; $I_{Arr} = 53,21 \text{ A}$; b) $M_{Arr} = 32,89 \text{ Nm}$; No; c) $n = 960,3 \text{ r.p.m.}$; d) $P_{mi} = 9316 \text{ W}$.

27. 223,7 Nm; 206 Nm.

28. a) $P_u = 3442,9 \text{ W}$; b) $P_a = 4010 \text{ W}$; c) $\eta = 79,51 \%$; d) $n = 1424,45 \text{ r.p.m.}$; e) $M_i = 25 \text{ Nm}$.

29. a) 0,8375; b) 13440 W síncronos; 127 Nm; c) 532,2 W; d) 12,7 kW; 84,60 %.

30. a) 1424 r.p.m.; b) 0,808.

31. a) 980 r.p.m.; b) $I_1 = 9,39 \text{ A}$; $\cos\varphi_1 = 0,86$; c) $P_u = 2169,66 \text{ W}$; $M_u = 21,14 \text{ Nm}$; d) $\eta = 70,79 \%$; e) $M_{max} = 110,61 \text{ Nm}$; $S_{Mmax} = 0,22$; f) $M_{arr} = 56,83 \text{ Nm}$; g) $M_{Ireno} = -32,34 \text{ Nm}$; h) $M_{res} = -93,91 \text{ Nm}$.

32. a) $I_1 = 47,51 \text{ A}$; b) $M_u = 92,46 \text{ Nm}$; $\eta = 91,08 \%$; c) $M_{Arr} = 74,82 \text{ Nm}$; $I_{Arr} = 188,32 \text{ A}$.

33. a) $M_{Arr} = 40,56 \text{ Nm}$; $I_{Arr} = 53,21 \text{ A}$; b) $M_{Arr} = 32,89 \text{ Nm}$; No; c) $n = 960,3 \text{ r.p.m.}$; d) $P_{mi} = 9316 \text{ W}$.

34. a) $I_1 = 43 \text{ A}$; b) $P_{Cu1} = 1164,76 \text{ W}$; c) $P_a = 12499,35 \text{ W}$; d) $P_{mi} = 11874,38 \text{ W}$; e) $M_i = 66,31 \text{ Nm}$; $M_r = 64,64 \text{ Nm}$; f) $\eta_1 = 84,75 \%$; g) $n = 1710 \text{ r.m.p.}$; $\Omega = 179,07 \text{ rad/s}$; h) $s_m = 0,1508$; $M_{max} = 102,59 \text{ Nm}$; i) $R_{ad}' = 0,7716 \Omega/\text{fase}$; j) $U_1 = 100,07 \text{ V}$; $I_1 = 36,62 \text{ A}$; $P_{Cu1} = 844,74 \text{ W}$; $P_a = 8904,39 \text{ W}$; $P_{mi} = 8459,17 \text{ W}$; $M_i = 56,69 \text{ Nm}$; $M_r = 54,68 \text{ Nm}$; $\eta = 82 \%$; $n = 1425 \text{ r.m.p.}$; $s_m = 0,1789$; $M_{max} = 97,99 \text{ Nm}$; $R_{ad}' = 0,6290 \Omega/\text{fase}$.

35. a) $I_1 = 139,52 \text{ A}$; b) $P_{Cu1} = 4905,64 \text{ W}$; c) $P_a = 90972,92 \text{ W}$; d) $P_{mi} = 87788,87 \text{ W}$; e) $M_i = 868,73 \text{ Nm}$; f) $M_r = 853,88 \text{ Nm}$; g) $\eta = 89,86 \%$; h) $n = 965 \text{ r.m.p.}$; $\Omega = 101,05 \text{ rad/s.}$; i) $s_m = 0,1762$; $M_{max} = 2015,90 \text{ Nm}$; $n_m = 823,78 \text{ r.p.m.}$; j) $s_m' = 0,1480$; $M_{max}' = 1453,46,59 \text{ Nm}$.

36. a) $I_1 = 3,84 \text{ A}$; b) $\cos \varphi_1 = 0,91$; c) $P_u = 928,04 \text{ W}$; $P_1 = 1330 \text{ W}$; d) $M_u = 9,33 \text{ Nm}$; $M_i = 12,25 \text{ Nm}$; e) $\eta = 69,77 \%$; f) $U_1 = 190 \text{ V}$, $M_i = 9,14 \text{ Nm}$; $U_1 = 208 \text{ V}$, $M_i = 10,95 \text{ Nm}$; $U_1 = 230 \text{ V}$, $M_i = 13,39 \text{ Nm}$; g) $M_{Arr} = 31,55 \text{ Nm}$; $I_{1Arr} = 26,21 \text{ A}$; h) $M_{Max} = 41,83 \text{ Nm}$; $s_m = 0,4095$.

Bibliografía y lecturas recomendadas

- Ortega Gómez, Guillermo. "*Problemas resueltos de máquinas eléctricas*". Thomson, 2002.
- Sanz Feito, Javier. "*Máquinas eléctricas*". Prentice Hall, 2002.
- Fraile Mora, Jesús. "*Máquinas eléctricas*". McGraw-Hill, 2002.
- Ras, Enrique. "*Transformadores de potencia, de medida y de protección*". Marcombo, 1994.
- Cathey, Jimmie J. "*Electric machines: analysis and design applying Matlab*". McGraw-Hill, 2001.
- Ostovic, Vlado. "*Computer-Aided Analysis of Electric Machines: A Mathematical Approach*". Prentice Hall, 1994.