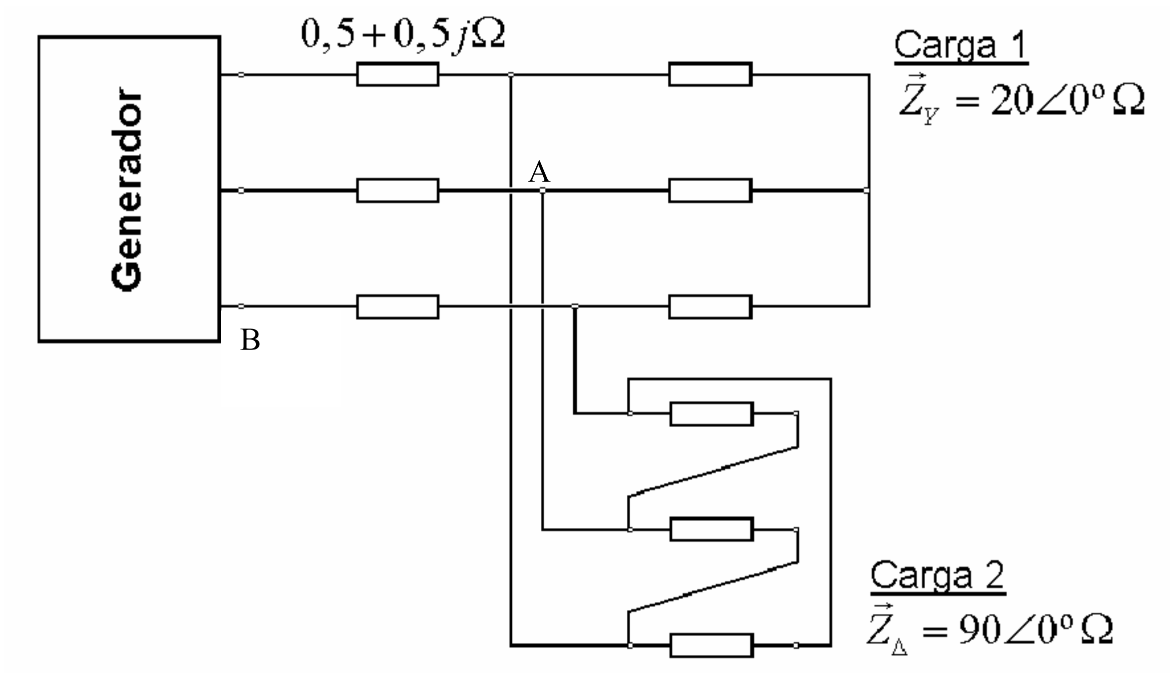
Tecnología Eléctrica

Ingeniero Químico

Problemas de Sistemas Trifásicos

Problema 4.

Una carga trifásica con configuración en estrella y otra en triángulo están conectadas en paralelo según muestra la figura.



La tensión de línea en el generador es de $208V_{rms}$. Calcular:

a) Las tensiones de fase en las cargas.

b) Las tensiones de línea en las cargas.

Solución:

Hipótesis:

- Sistema de secuencia directa.
- Impedancia interna del generador nula ($Z_g = 0$).

El sistema está formado por un generador trifásico, con conexión desconocida, que alimenta dos cargas trifásicas en paralelo, a través de un hilo de impedancia despreciable. Las dos cargas tienen diferente tipo de conexión. La carga 1 está conectada en estrella y la carga 2 está conectada en triángulo.

Como el sistema es equilibrado podemos reducirlo a su circuito monofásico equivalente por fase para su resolución. Para poder utilizar este método es necesario que tanto las cargas, como la fuente tengan el mismo tipo de conexión. O bien todos en triángulo o todos en estrella.

Primero vamos a resolverlo como configuración **estrella-estrella** (Y-Y).

La carga 1 ya tiene este tipo de conexión.

La carga 2 está conectada en triángulo por lo que será necesario transformarla a una configuración estrella equivalente. Para ello emplearemos la siguiente fórmula de transformación, ya explicada en clase:

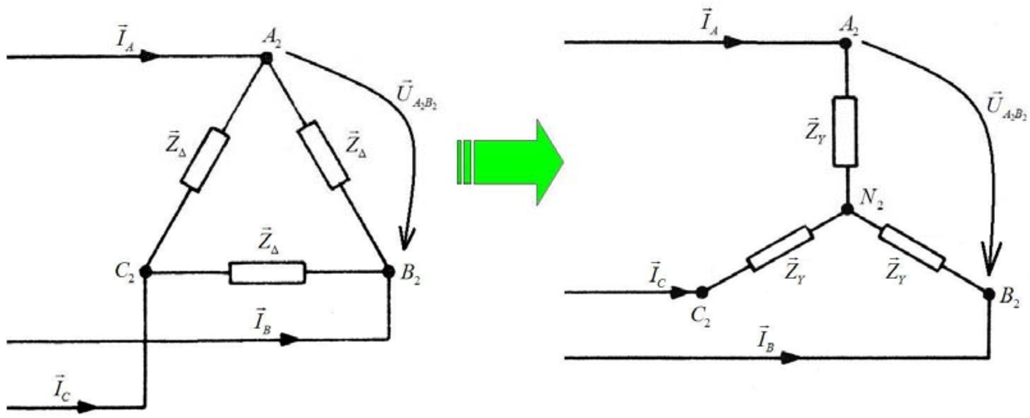
$$\vec{Z}_Y = \frac{\vec{Z}_\Delta}{3}$$

La impedancia por fase de la carga 2 en su configuración original en triángulo es, según el enunciado:

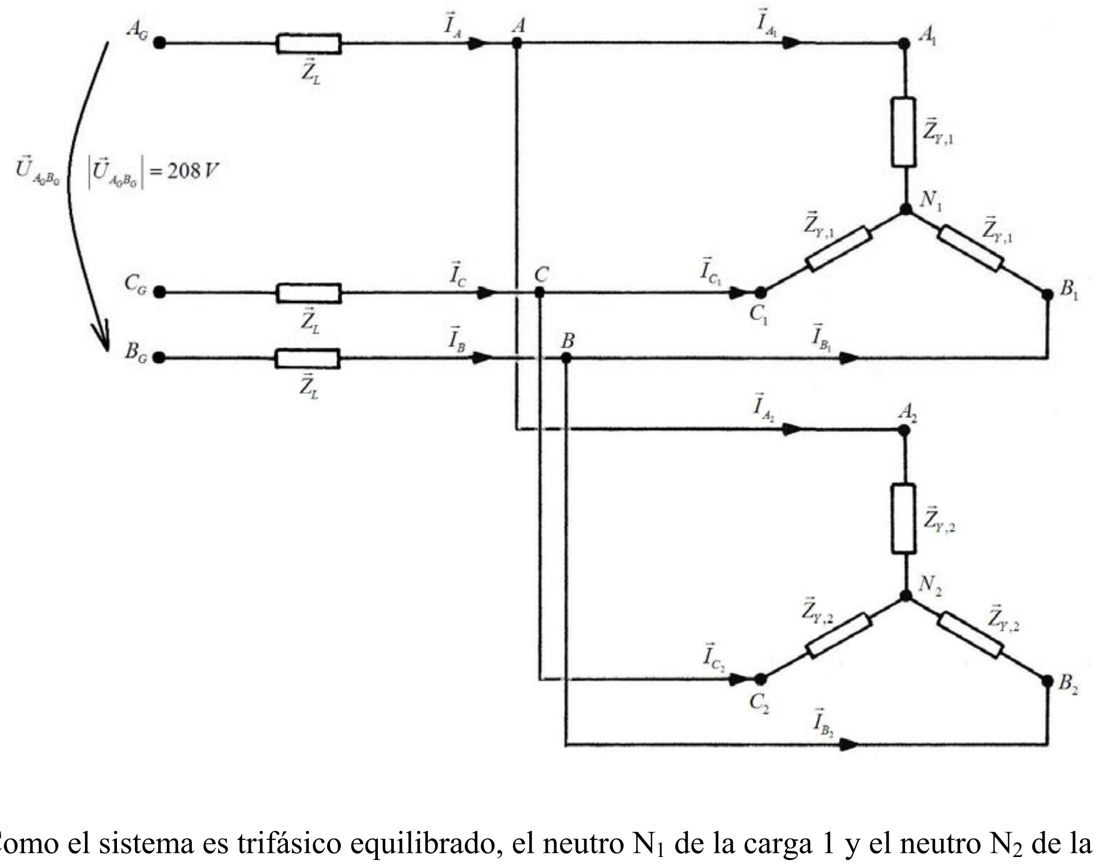
$$\vec{Z}_{\Delta,2} = 90\angle 0º\ \Omega$$

La impedancia por fase para su configuración estrella equivalente es la siguiente:

$$\vec{Z}_{Y,2} = \frac{\vec{Z}_{\Delta,2}}{3} = \frac{90\angle 0º}{3} = 60\angle 0º\ \Omega$$



El circuito, después de la transformación, queda como se ve en la siguiente figura.

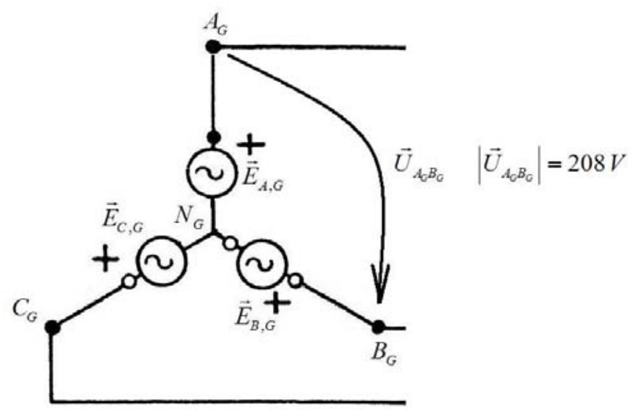


Como el sistema es trifásico equilibrado, el neutro N_1 de la carga 1 y el neutro N_2 de la carga 2 están al mismo potencial. No hay una caída de tensión entre los dos neutros.

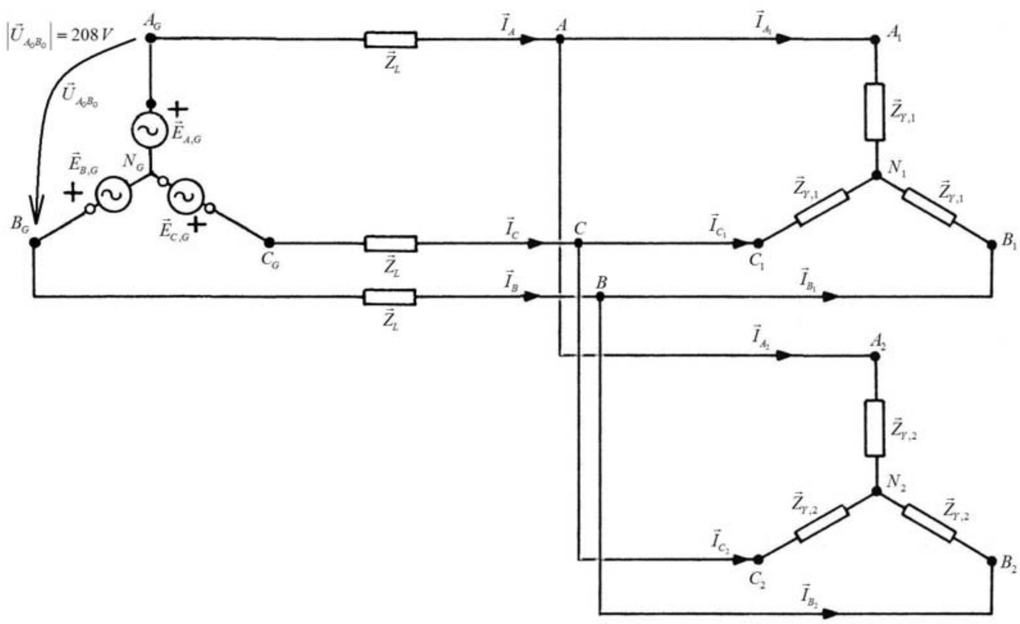
En el circuito monofásico equivalente por fase, todas las magnitudes tienen que venir expresadas en sus valores de fase correspondientes. En la fuente conocemos la tensión de línea (nudo B), y la configuración es desconocida. Si suponemos que el generador tiene configuración estrella y que su impedancia interna es nula (hipótesis inicial), el valor de la fuente de alimentación por fase sería el siguiente:

$$E_{A,G} = \frac{U_{A_G B_G}}{\sqrt{3}} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120\,V$$

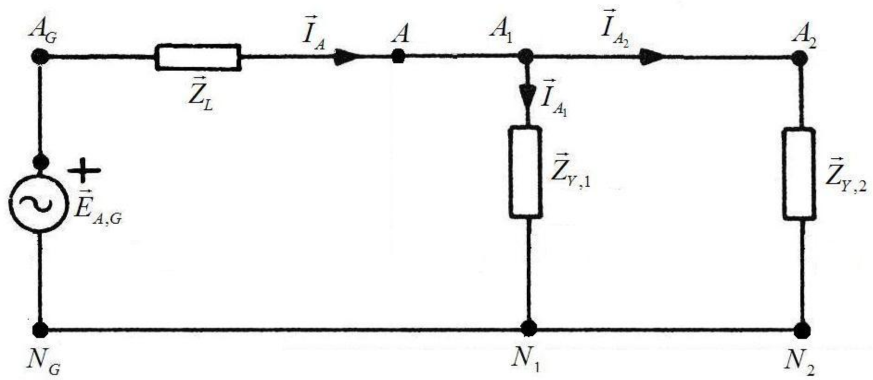
La fuente trifásica tendría la siguiente estructura en estrella.



El esquema del circuito trifásico, después de todas las transformaciones sería el siguiente:



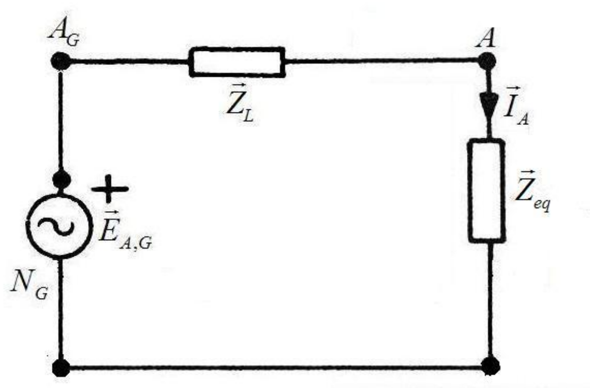
Como el sistema es equilibrado, todos los neutros están al mismo potencial. La construcción del circuito monofásico equivalente es directa, según lo visto en clase.



Las impedancias por fase de las cargas 1 y 2 se encuentran conectadas en paralelo. Se pueden sustituir por una única impedancia.

$$\vec{Z}_{eq} = \frac{\vec{Z}_{Y,1}\vec{Z}_{Y,2}}{\vec{Z}_{Y,1} + \vec{Z}_{Y,2}} = \frac{20\angle 0^{o}\, 30\angle 0^{o}}{20\angle 0^{o} + 30\angle 0^{o}} = 12\angle 0^{o}\ \Omega$$

El circuito equivalente resultante es el siguiente:



Aplicando la ley de Kirchoff correspondiente se obtiene la corriente que circula por el circuito, suponiendo que la tensión $E_{A,G}$ es el origen de fases.

$$\vec{I}_A = \frac{\vec{E}_{A,G}}{\vec{Z}_L + \vec{Z}_{eq}} = \frac{120\angle 0^{o}}{(0,5 + j0,5) + 12\angle 0^{o}} = 9,6\angle -2,3^{o}\ A$$

Esta corriente circula entre los nodos A_G y A, por lo tanto es la corriente de línea que circula por el hilo entre los nudos A_G y A en el circuito trifásico original.

Podemos calcular las corrientes que circulan por las cargas 1 y 2 (en su configuración en estrella), entre el terminal de fase A y sus neutros correspondientes. La caída de tensión en la impedancia equivalente $\vec{Z}_{eq}$ tiene que ser igual que la caída de tensión en las impedancias $\vec{Z}_{Y,1}$ y $\vec{Z}_{Y,2}$.

$$\vec{Z}_{eq}\vec{I}_A = \vec{Z}_{Y,1}\vec{I}_{A_1} = \vec{Z}_{Y,2}\vec{I}_{A_2}$$

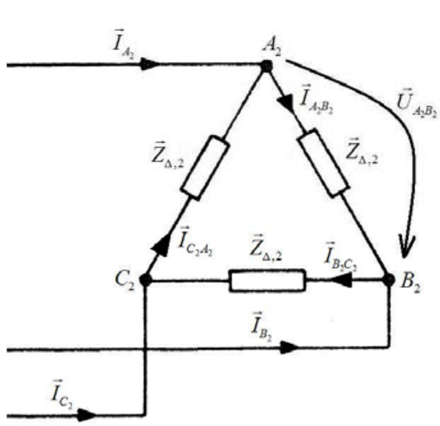
En esta última expresión podemos despejar las dos corrientes que queremos calcular:

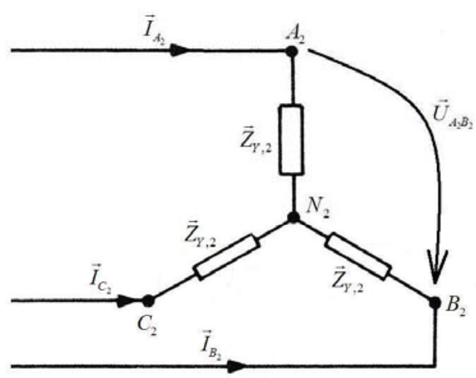
$$\vec{I}_{A_1} = \frac{\vec{Z}_{eq}\vec{I}_A}{\vec{Z}_{Y,1}} = \frac{12\angle 0^{\circ} \cdot 9,6\angle -2,3^{\circ}}{20\angle 0^{\circ}} = 5,76\angle -2,3^{\circ}\ A$$

$$\vec{I}_{A_2} = \frac{\vec{Z}_{eq}\vec{I}_A}{\vec{Z}_{Y,2}} = \frac{12\angle 0^{\circ} \cdot 9,6\angle -2,3^{\circ}}{30\angle 0^{\circ}} = 3,84\angle -2,3^{\circ}\ A$$

La corriente $\vec{I}_{A_1}$ circula entre el nudo A_1 y en el neutro N_1 de la carga 1. Por lo tanto es la corriente de línea y de fase en la carga 1.

La corriente $\vec{I}_{A_2}$ circula entre el nudo A_2 y en el neutro N_2 de la carga 2, en su configuración en estrella equivalente. Es, por lo tanto la corriente de línea que alimenta a la carga 2 en su configuración en triángulo.





La corriente de fase, en la configuración triángulo original, no coincide con la corriente de línea calculada, $\vec{I}_{A_2}$. Para obtener la corriente de fase real en la carga 2 es necesario emplear la relación que existe entre la corriente de línea y fase en cargas trifásicas equilibradas con configuración triángulo. (Hipótesis: Sistema de secuencia directa).

$$\vec{I}_L = \vec{I}_F \left(\sqrt{3}\angle -30^o\right)$$

Entonces, la corriente de fase en la carga 2 con su configuración triángulo es:

$$\vec{I}_{A_2B_2} = \frac{\vec{I}_{A_2}}{\sqrt{3}\angle -30^o} = 2,22\angle 27,7^o\ A$$

Nos piden las tensión de fase en las cargas. La carga 1 está en estrella, por lo tanto su tensión de fase coincide con la caída de tensión entre el nudo A_1 y el N_1 en el circuito monofásico equivalente.

$$\vec{U}_{F,1} = \vec{U}_{A_1N_1} = \vec{Z}_{Y,1} \cdot \vec{I}_{A_1} = 20\angle 0^o \cdot 5,76\angle -2,3^o = 115,2\angle -2,3^o\,V$$

Esta misma tensión es la que hay entre el nudo A_2 y el neutro N_2 de la estrella equivalente de la carga 2. Sin embargo, dicha carga está conectada en triángulo, por lo que la tensión de línea y fase coinciden. Por lo tanto es necesario calcular la tensión de línea en el nudo A_2, entre las fases A_2 y B_2, a partir de la tensión de fase en la carga 1, suponiendo sistema de secuencia directa.

$$\vec{U}_{A_2B_2} = \vec{U}_{A_1N_1}\left(\sqrt{3}\angle 30^o\right) = 115,2\angle -2,3^o\left(\sqrt{3}\angle 30^o\right) = 199,5\angle 27,7^o\,V$$

De esta forma ya hemos respondido a los dos apartados. La tensión de línea es la misma para la carga 1 y para la carga 2, e igual al último valor calculado. En la carga 2, con conexión triángulo, la tensión de fase y línea coinciden. En la carga 1, con configuración estrella, la tensión de fase es la caída de tensión entre el nudo A_1 y N_1 en el circuito monofásico equivalente.

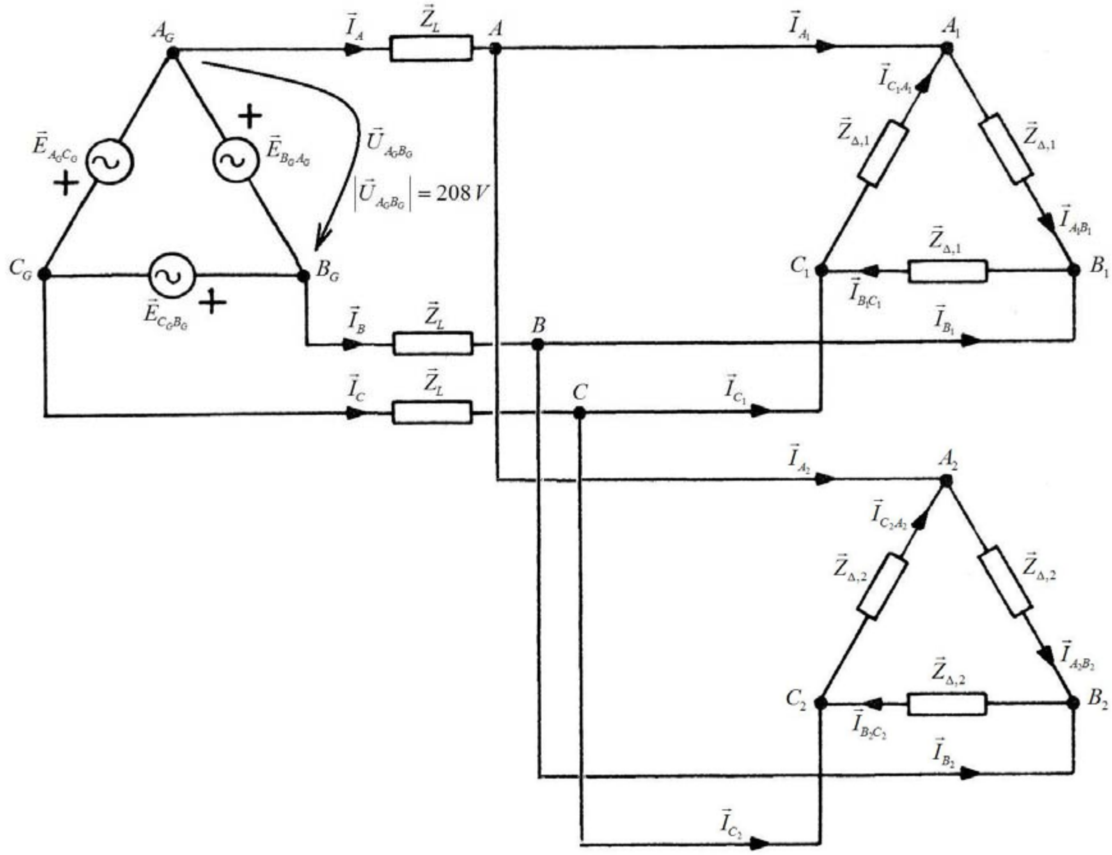
A continuación vamos a resolver el mismo problema como configuración **triángulo-triángulo** (Δ-Δ).

Primero transformamos la carga 1 a conexión triángulo. Para ello, sabiendo que la carga es equilibrada, empleamos la siguiente ecuación:

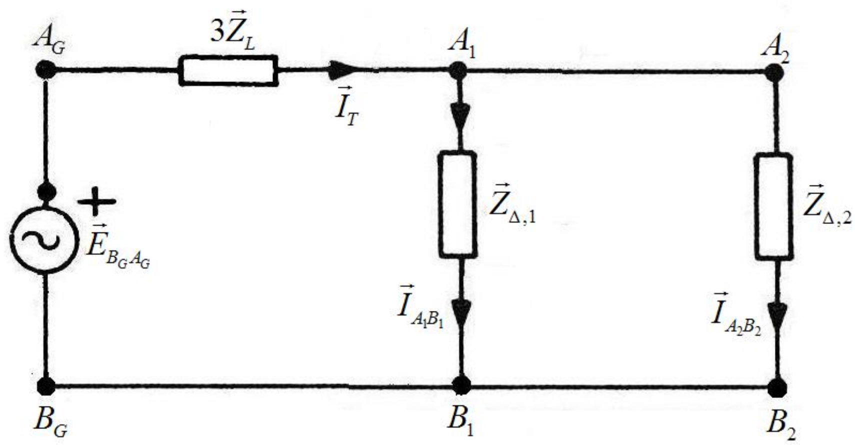
$$\vec{Z}_\Delta = 3 \cdot \vec{Z}_Y$$

$$\vec{Z}_{\Delta,1} = 3 \cdot \vec{Z}_{Y,1} = 3 \cdot 20\angle 0^o = 60\angle 0^o\ \Omega$$

Las dos cargas ahora tienen el mismo tipo de conexión y están colocadas en paralelo en el nudo A. La tensión del generador, suponiendo una configuración triángulo, con impedancia interna nula, es la que nos proporcionan en el enunciado. El sistema, con todo en triángulo, queda como se ve en la siguiente figura.



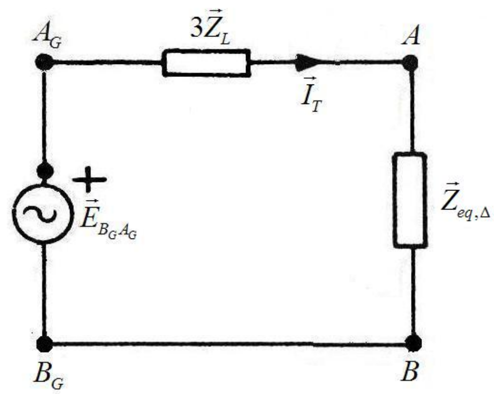
El circuito monofásico equivalente es el siguiente:



Ahora consideramos que el origen de fases es la tensión $\vec{E}_{B_G A_G}$ en la fuente. Al igual que antes podemos simplificar el circuito monofásico equivalente sustituyendo las dos cargas, 1 y 2, por su resultante de la asociación en paralelo.

$$\vec{Z}_{eq,\Delta} = \frac{\vec{Z}_{\Delta,1}\vec{Z}_{\Delta,2}}{\vec{Z}_{\Delta,1}+\vec{Z}_{\Delta,2}} = \frac{60\angle 0^o\, 90\angle 0^o}{60\angle 0^o + 90\angle 0^o} = 36\angle 0^o\ \Omega$$

El circuito monofásico equivalente ahora es el siguiente:



Ahora podemos calcular la corriente que circula por el circuito.

$$\vec{I}_T = \frac{\vec{E}_{B_G A_G}}{\vec{Z}_{eq,\Delta} + 3\cdot\vec{Z}_L} = \frac{208\angle 0^o}{36\angle 0^o + 3\cdot\left(0,5 + j\cdot 0,5\right)} = 5,54\angle -2.3^o\ A$$

Teniendo en cuenta que la caída de tensión en la impedancia equivalente $\vec{Z}_{eq,\Delta}$ tiene que ser igual que la caída de tensión en las impedancias $\vec{Z}_{\Delta,1}$ y $\vec{Z}_{\Delta,2}$, podemos calcular las corrientes de fase en las dos cargas.

$$\vec{Z}_{eq,\Delta}\vec{I}_T = \vec{Z}_{\Delta,1}\vec{I}_{A_1B_1} = \vec{Z}_{\Delta,2}\vec{I}_{A_2B_2}$$

$$\vec{I}_{A_1B_1} = \frac{\vec{Z}_{eq,\Delta}\vec{I}_T}{\vec{Z}_{\Delta,1}} = \frac{36\angle 0^o\cdot 5,54\angle -2.3^o}{60\angle 0^o} = 3,33\angle -2,3^o\ A$$

$$\vec{I}_{A_2B_2} = \frac{\vec{Z}_{eq,\Delta}\vec{I}_T}{\vec{Z}_{\Delta,2}} = \frac{36\angle 0^o\cdot 5,54\angle -2.3^o}{90\angle 0^o} = 2,22\angle -2,3^o\ A$$

A continuación podemos determinar la corriente de línea que consume cada carga. Seguimos suponiendo que el sistema es de secuencia directa.

$$\vec{I}_{A_1} = \vec{I}_{A_1B_1}\left(\sqrt{3}\angle -30^{\circ}\right) = 3,33\angle -2,3^{\circ}\left(\sqrt{3}\angle -30^{\circ}\right) = 5,76\angle -32,3^{\circ}\ A$$

$$\vec{I}_{A_2} = \vec{I}_{A_2B_2}\left(\sqrt{3}\angle -30^{\circ}\right) = 2,22\angle -2,3^{\circ}\left(\sqrt{3}\angle -30^{\circ}\right) = 3,84\angle -32,3A$$

La corriente que circulará por el hilo será la suma de las dos corrientes de línea anteriores:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{A_1} + \vec{I}_{A_2} = 9,6\angle -32,3^{\circ}\ A$$

Las tensiones de línea en las dos cargas coinciden con las caídas de tensión en sus impedancias equivalentes en el circuito monofásico.

$$\vec{U}_{A_1B_1} = \vec{I}_{A_1B_1}\cdot\vec{Z}_{\Delta,1} = 3,33\angle -2,3^{\circ}\cdot 60\angle 0^{\circ} = 199,52\angle -2,3^{\circ}\ V$$

Como las dos cargas están en paralelo, basta con calcular la caída de tensión en una de ellas. La carga 2 tiene conexión triángulo, por lo que su tensión de fase y línea coincide con el valor obtenido anteriormente.

La carga 1 está realmente conectada en estrella. La tensión $\vec{U}_{A_1B_1}$ determinada es su tensión de línea. La tensión de fase se obtendrá de la siguiente manera:

$$\vec{U}_{A_1N_1} = \frac{\vec{U}_{A_1B_1}}{\sqrt{3}\angle 30^{\circ}} = 115,2\angle -32,3^{\circ}\ V$$

Como se puede observar, se obtienen los mismos valores empleando una configuración en estrella-estrella o triángulo-triángulo. Los módulos son todos iguales. Sólo hay diferencia entre las fases por haber escogido un origen de fases distinto, pero los desfases entre las diferentes variables son los mismos en los dos casos.

Se propone dibujar el diagrama fasorial correspondientes a las dos configuraciones para comprobar que se ha obtenido la misma solución.