



Dpto. de Ingeniería Eléctrica

E.T.S. de Ingenieros Industriales

Universidad de Valladolid



2003/2004

MÁQUINAS ELÉCTRICAS:

TRANSFORMADORES

3º DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Boletín de Problemas

TRANSFORMADORES

Problemas propuestos

1. Dibujar un diagrama vectorial para un transformador monofásico cargado, de $m = 2$, que tiene una corriente magnetizante en el primario de 2,5 A. Calcular la corriente primaria y su factor de potencia para las siguientes cargas secundarias:

a) 20 A y $\cos \varphi = 1$.

b) 20 A y $\cos \varphi = 0,5$ en retraso.

2. Se dispone de dos transformadores monofásicos de los que se conocen los siguientes datos:

TRANSFORMADOR 1: 15 kVA, $R_1 = 0,25 \Omega$, $X_1 = 0,36 \Omega$.

TRANSFORMADOR 2: 10 kVA, $R_2 = 0,39 \Omega$, $X_2 = 0,529 \Omega$.

en donde todos los parámetros deben entenderse como referidos a su secundario. Ambos trafos tienen una tensión nominal en el secundario de 415 voltios. Se pide:

a) La variación de tensión secundaria, de vacío a plena carga, expresada en tanto por ciento de su tensión secundaria nominal, de cada trafos funcionando por separado, con carga nominal y con factores de potencia: unidad, 0,8 inductivo y 0,8 capacitivo.

b) ¿Cuál es el significado físico de los resultados obtenidos?

c) Al conectar ambos transformadores en paralelo para alimentar una carga puramente resistiva de 25 kVA, ¿funcionarán correctamente?. Demostrarlo numéricamente.

3. Dos transformadores monofásicos de 100 kVA, 1000/100 V, 50 Hz, funcionan en paralelo. Las impedancias de cortocircuito reducidas al primario de cada uno son $Z_{cc1} = 0,3 + j 0,4 \Omega$ y $Z_{cc2} = 0,4 + j 0,3 \Omega$, respectivamente. Se desea alimentar a 100 V una carga de 150 kVA con f.d.p. 0,8 inductivo. Calcular las corrientes, potencias aparentes y activas suministradas por cada transformador.

4. Un transformador monofásico de 100 kVA y 10000/120 voltios, en vacío, está suministrando 75 kVA con un f.d.p. de 0,8. Se ha realizado con él un ensayo de cortocircuito, dando los siguientes resultados:

$$U_{cc} = 430 \text{ V}; P_{cc} = 1,6 \text{ kW e Intensidad nominal}$$

En el ensayo de vacío, alimentando por el primario a la tensión nominal, los resultados fueron:

$$P_0 = 1 \text{ kW}; I_0 = 0,85 \text{ A.}$$

Se pide:

a) Calcular los cinco parámetros del circuito equivalente referidos al lado de alta tensión.

Con los datos del régimen de funcionamiento especificado:

b) Calcular el rendimiento del transformador.

c) Calcular la corriente en el primario del transformador.

d) Calcular la tensión en el secundario del transformador.

5. Un transformador monofásico de distribución tiene los siguientes datos nominales: 50 kVA, 2300/230 V. Su resistencia en el devanado del primario es de $0,5 \Omega$, su resistencia en el devanado del secundario es de $0,005 \Omega$ y sus pérdidas en el hierro son de 290 W. Determinar el rendimiento bajo cada una de las condiciones de carga siguientes:

a) 50 kW, f.d.p. unidad.

b) 5 kW, f.d.p. unidad.

c) 50 kW y 80% de f.d.p.

6. Dibujar el circuito equivalente aproximado referido al primario para un transformador monofásico de 2200/220 voltios, 60 Hz, del cual se conocen los siguientes datos:

Ensayo de vacío: alimentado por el lado de A.T.

$$U_0 = 2200 \text{ V. } I_0 = 1,0 \text{ A. } P_0 = 110 \text{ W.}$$

Ensayo de cortocircuito: alimentado por el lado de B.T.

$$U_{cc} = 20 \text{ V. } I_{cc} = 100 \text{ A. } P_{cc} = 850 \text{ W.}$$

Se pide:

3) La combinación señalada en el apartado anterior (conexión Dy) se conecta nuevamente a una red trifásica de 6600 V y en el secundario se coloca una carga trifásica equilibrada en triángulo de impedancia: $2,16 + j 1,62 \Omega$ /fase, calcular la tensión secundaria de línea y el rendimiento del transformador en estas condiciones.

9. A un transformador trifásico de 112,5 kVA, 60 Hz y 13800/440 voltios, conectado en estrella-estrella, se le efectuaron mediciones de resistencia / fase en sus devanados de alto y bajo voltaje, obteniéndose valores de $r = 3,8 \Omega$ y $r = 0,02 \Omega$, respectivamente.

Calcular las pérdidas en el hierro para el transformador, a voltaje y frecuencia nominal, si los datos de diseño indican que su rendimiento a plena carga y f.d.p. de 0,8 atrasado, es del 96%.

Razonar, sin ningún tipo de operación numérica, si será aconsejable hacer que este transformador trabaje a su máximo rendimiento.

10. Se dispone de un transformador trifásico conectado en estrella-estrella, para alimentar a 100 voltios y 50 Hz una red de lámparas que absorben 24 kW con un factor de potencia unidad. Se conocen los siguientes datos:

- R_1 (primario) = $6,25 \Omega$ /fase

- R_2 (secundario) = $0,015 \Omega$ /fase

* Ensayo en vacío:

- tensión primaria $U_1 = 4400$ V entre fases.

- tensión secundaria $U_2 = 102$ V entre fases.

- potencia $P_0 = 300$ W

* Ensayo de cortocircuito:

Se precisaron 95 voltios por fase en el primario para que circulara la corriente nominal.

Se pide:

- Hallar la tensión primaria entre fases que deberá alimentar el transformador, utilizando la aproximación de KAPP.
- Hallar el error cometido (en %) respecto al valor exacto.
- Hallar el coeficiente de regulación.

d) Hallar las pérdidas en el cobre para la corriente nominal de plena carga y factor de potencia unidad.

e) Hallar el rendimiento del transformador para funcionamiento nominal, determinando además el rendimiento máximo y la carga a la cual se produce.

11. Un transformador monofásico de 6,6 kVA, supuesto ideal, tiene una relación de tensiones en vacío de 660/220 V. Se desea obtener un autotransformador manteniendo constante la intensidad nominal de cada bobina. Variando las conexiones de los arrollamientos se pueden obtener hasta cuatro autotransformadores con potencias nominales diferentes. ¿Cuáles son esas potencias? Justificar la conexión correspondiente para cada una de ellas.

12. De un transformador trifásico de 124,7 kVA, relación de transformación 8250/500 V, grupo de conexión Yy6, se han realizado los siguientes ensayos:

1) Ensayo de vacío: alimentando el transformador por el devanado de baja tensión a 400 voltios, la potencia absorbida fue de 1300 W.

2) Ensayo de cortocircuito: alimentando el transformador por el devanado de alta tensión a 314 V, circula la corriente nominal y la potencia absorbida fue de 3000 W.

Calcular:

a) El rendimiento del trafos a plena carga cuando alimenta una carga inductiva o capacitiva de factor de potencia 0,9 a la tensión nominal conectada en el devanado de alta tensión.

b) El rendimiento del transformador cuando trabaja a media carga, tensión nominal y el f.d.p. es la unidad.

c) El rendimiento máximo del trafos y carga a la cual se produce, cuando el f.d.p. es la unidad a la tensión nominal.

d) La tensión necesaria en el primario para poder alimentar la carga del apartado a), cuando la tensión del secundario es de 8250 V.

e) Las caídas de tensión relativa en la resistencia, reactancia e impedancia de cortocircuito a plena carga.

13. Dos transformadores monofásicos están conectados en paralelo y alimentan por el lado de baja tensión una carga eléctrica de 200 kW con un factor de potencia 0,8 inductivo. La tensión de alimentación de la carga es de 370 V. Las características de los dos transformadores se dan en la tabla siguiente:

TRAFOS	S_n (kVA)	U_{1n} (V)	U_{2n} (V)	ϵ_{cc} (%)	P_{cc} (kW)	P_0 (kW)
A	125	6000	380	4,2	1	0,4
B	140	6000	380	4	1,2	0,5

Calcular:

- La impedancia de cortocircuito de cada transformador.
- La intensidad que suministra a la carga cada uno de los transformadores.
- La tensión de alimentación en el primario.
- La potencia aparente suministrada por cada transformador.
- El rendimiento de cada transformador.

14. Se dispone de un transformador monofásico en cuya placa de características constan los siguientes datos:

Potencia nominal	$S_n = 30$ kVA
Tensiones	15 kV / 380 V
Tensión de cortocircuito	$\epsilon_{cc} = 3$ %
Pérdidas en cortocircuito	$P_{cc} = 150$ W
Pérdidas en vacío	$P_0 = 75$ W
Corriente de excitación	$I_0 = 4$ %
Frecuencia	50 Hz.

Se pide:

- Las intensidades nominales de cada devanado.
- Los valores de la corriente de vacío, según por qué devanado se alimente el transformador.
- La relación de transformación.
- Las corrientes primaria y secundaria en caso de un cortocircuito franco en un devanado, suponiendo el otro alimentado a tensión nominal.

- e) Los rendimientos a plena carga y a 3/4 de carga, si el transformador alimenta a tensión nominal un consumo puramente óhmico.
- f) El rendimiento a plena carga y al 60 % de carga, si el transformador alimenta un consumo capacitivo con f.d.p. 0,8
- g) Para un factor de potencia dado, determinar el índice de carga que da el rendimiento máximo.
- h) Los valores de ϵ_{Rcc} y de ϵ_{Xcc} , dibujando el correspondiente esquema del ensayo de cortocircuito.
- i) La caída de tensión relativa a plena carga y a 3/4 de carga, si se alimenta una carga inductiva con f.d.p. 0,8666.

15. Un transformador trifásico de 100 kVA de potencia nominal, presenta unas pérdidas de 800 W en vacío y de 2200 W en los devanados a plena carga. Determinar:

- a) Las pérdidas totales a plena carga y a media carga.
- b) El rendimiento a plena carga para un f.d.p. de 0,8 y de 1.
- c) El rendimiento a media carga para los mismos factores de potencia.
- d) La carga del transformador para la cual presenta el máximo rendimiento.
- e) El rendimiento máximo para un f.d.p. unidad.

16. El rendimiento máximo de un transformador monofásico de 500 kVA, 3300/500 V, 50 Hz, es del 97% y ocurre para los $\frac{3}{4}$ de la plena carga con f.d.p. unidad. Se observa en un ensayo de cortocircuito que son necesarios 330 V aplicados al primario para que circule en ese estado la corriente nominal por el transformador. Calcular la caída de tensión a plena carga con f.d.p. 0,8 inductivo.

17. Se dan los siguientes datos para dos transformadores monofásicos de 11000/2300 voltios, 60 c.p.s.

TRAFOS	CAPACIDAD	U_{cc}	I_{cc}	P_{cc}
1	100 KVA	265 V	9,1 A	1000 W
2	500 KVA	345 V	45,5 A	3370 W

Se pide:

- a) ¿Cuál es la máxima carga en kVA que puede obtenerse de la conexión en paralelo de ambos trafos sin causar caídas de tensión en el secundario mayores de 50 voltios?.
- b) Para esta carga total, ¿cuántas kVA entregará cada transformador?.

18. Un transformador trifásico tiene las siguientes características nominales:

$$Yy0 \quad S_n = 100 \text{ kVA} \quad 3000/380 \text{ V}$$

Los resultados de unos ensayos de vacío y de cortocircuito han dado los siguientes valores:

$$\text{VACIO: } 3000 \text{ V; } P_0 = 5 \text{ kW; (medidos en el lado de A.T. - primario)}$$

$$\text{CORTOCIRCUITO: } 300 \text{ V; } I_{1cc} = I_n; P_{cc} = 6 \text{ kW; (medidos en el primario)}$$

Si la tensión secundaria de línea se mantiene constante en 380 V, se pide:

- a) La tensión compuesta necesaria en el primario cuando el transformador alimenta una carga trifásica de 50 kW con f.d.p. 0,6 capacitivo.
- b) La potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo del transformador para un f.d.p. unidad.
- c) Se desea ampliar la instalación para alimentar una carga trifásica de 120 kW con un f.d.p. 0,8 inductivo por lo que se acopla en paralelo este transformador con otro cuyas características nominales son las siguientes:

$$Yy0; S_n = 50 \text{ kVA; } 3000/380 \text{ V; } \epsilon_{Rcc} = 8\%; \epsilon_{Xcc} = 6\%; P_0 = 3 \text{ kW.}$$

Calcular los valores de las potencias aparentes, activas y reactivas suministradas por cada transformador y los rendimientos respectivos.

19. Dos transformadores de 100 kVA, 1000 /100 V, 50 Hz funcionan en paralelo. Los ensayos de cortocircuito de estos transformadores cuando funcionan con corriente nominal en los devanados de B.T. en cortocircuito, dan los siguientes resultados:

<i>Transformador</i>	<i>Tensión Aplicada</i>	<i>Potencia Consumida</i>
I	30 V	1200 W
II	90 V	1800 W

- a) Si se desea alimentar a 100 V. una carga de 100 kVA con f.d.p. 0,8 inductivo, ¿cuál será el reparto de potencias aparentes y activas en cada transformador?.

b) ¿Cuál es la mayor potencia, con f.d.p. unidad, que pueden llevar los dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos?

20. Un generador monofásico, G, alimenta, a través de un transformador monofásico, tal como muestra la figura una carga inductiva. Las indicaciones de los aparatos de medida son:

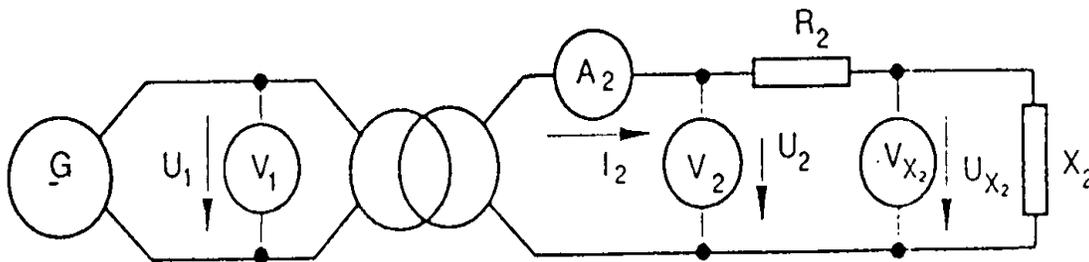
$$A_2 = 12 \text{ A} \qquad V_2 = 240 \text{ V} \qquad V_{X_2} = 144 \text{ V}$$

Y las características del transformador son las siguientes:

$$U_{1n} = 400 \text{ V}; U_{2n} = 250 \text{ V}; S_n = 5 \text{ kVA}; P_0 = 50 \text{ W}; P_{cc} = 150 \text{ W}; \varphi_{cc} = 5 \%$$

Hallar:

- El rendimiento del transformador en estas condiciones.
- El índice de carga y el rendimiento máximo del transformador cuando $U_2 = 240 \text{ V}$ y $\cos\varphi_c = 0,8$ (inductivo).



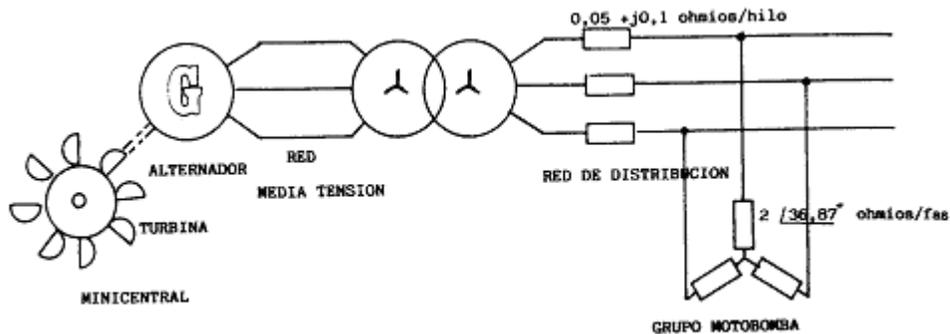
21. Las pruebas de cortocircuito de dos trafos monofásicos de 3300/220 V con iguales relaciones de tensión han dado los siguientes resultados:

A:	tensión primaria	80 V.
	corriente en el secundario	230 A.
	potencia	600 W.
B:	tensión primaria	80 V.
	corriente en el secundario	230 A.
	potencia	1100 W.

Los transformadores funcionan en paralelo sobre las mismas barras colectoras en primario y secundario y absorben una carga total (entrada) de 100 kW con f.d.p. de 0,8 en retardo. Hallar:

- Las corrientes aproximadas de carga del primario y los factores de potencia.
- La distribución porcentual de potencias entre los transformadores.
- A la vista de los resultados obtenidos, ¿es conveniente la asociación en paralelo en los términos propuestos?. Justifíquese la respuesta.

22. La figura muestra el esquema simplificado de la instalación eléctrica para la alimentación de un grupo de bombeo y su aplicación en regadíos. Se dispone de una red de



distribución trifásica alimentada por una pequeña Minicentral hidráulica situada en un área cercana a la estación de bombeo. La Minicentral consiste en un grupo turbina - alternador que genera una tensión nominal de 3000 V y que, a través de una red de media tensión de impedancia despreciable, alimenta un transformador reductor de tensión para la alimentación de la estación de bombeo. Las características nominales del transformador son:

$$S_n = 100 \text{ kVA}; Yy11; 3000/380 \text{ V}; \epsilon_{cc} = 10\%; \epsilon_{x_{cc}} = 8\%$$

La red de distribución que une el transformador con el grupo de bombeo tiene una impedancia de $Z = 0,05 + j 0,1 \ \Omega/\text{hilo}$. La estación de bombeo se puede representar por una carga trifásica equilibrada conectada en estrella de impedancia $2 \angle 36,87^\circ \ \Omega/\text{fase}$.

Calcular:

- Los parámetros R_{cc} y X_{cc} del circuito equivalente por fase del transformador reducido al primario.
- La tensión compuesta en el primario del transformador (y que debe generar el alternador) para que la tensión en la carga (grupo de bombeo) sea de 380 V. Determinar, en esta situación, el rendimiento del transformador si las pérdidas en el hierro son de 2 kW.
- Si la tensión en el primario del transformador es de 3000 V, ¿cuál será el valor de la tensión que se tendrá en el grupo de bombeo?. Determinar, en este caso, la caída relativa de tensión (regulación) del transformador.

23. Un transformador reductor de 2300/230 V, 500 kVA y 60 Hz, tiene los siguientes valores: $r_p = 0,1 \Omega$, $x_p = 0,3 \Omega$, $r_s = 0,001 \Omega$ y $x_s = 0,003 \Omega$. Cuando el transformador se usa como trafos reductor y está cargado a su capacidad nominal, calcular:

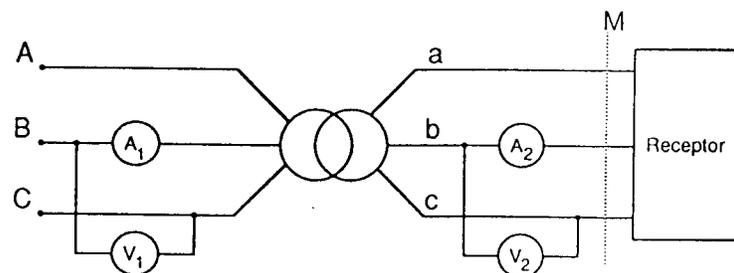
- Las corrientes en el secundario y en el primario.
- Las impedancias internas en el secundario y en el primario.
- Las caídas de tensión internas en el primario y en el secundario, respectivamente.
- La f.e.m. inducida en el primario y en el secundario suponiendo que las tensiones en bornes y las fuerzas electromotrices inducidas están en fase.
- La relación de las fuerzas electromotrices inducidas entre el primario y el secundario y la de las tensiones en bornes entre primario y secundario. Comentar, brevemente, la igualdad o disparidad de los dos resultados.

24. Se dispone de un transformador trifásico de las siguientes características:

$$S_n = 100 \text{ kVA}; P_0 = 800 \text{ W}; U_{1n} = 660 \text{ V}; I_{10} = 0,4 \text{ A}; U_{2n} = 380 \text{ V};$$

$$\varepsilon_{Rcc} = 0,014 (1,4 \%); P_{cc} = 700 \text{ W}.$$

Su devanado de tensión más elevada (primario) está conectado a una red equilibrada y al devanado de tensión inferior (secundario) se le conecta una carga trifásica equilibrada tal como se indica en el esquema:



Las lecturas de los voltímetros son $V_1 = 640 \text{ V}$ y $V_2 = 360 \text{ V}$. La potencia activa consumida por el receptor es $P_c = 30 \text{ kW}$ y la aparente $S_c = 50 \text{ kVA}$. Se pide determinar:

- El rendimiento del transformador en estas condiciones de carga.
- La intensidad de corriente que absorbe el primario (Indicación de A_1) en el supuesto de que la intensidad de corriente de vacío sea despreciable.

- c) Caída de tensión relativa del transformador en las mismas condiciones de carga.
- d) Valor de ϵ_{cc} .
- e) Valor que debería tener ϵ_{cc} para que en caso de cortocircuito trifásico permanente en M, si $V_1 = 420$ V, la intensidad de corriente del secundario valga $I_{2cc} = 2600$ A.
- f) Si se quiere sustituir el transformador por un banco de tres unidades monofásicas conectadas en triángulo el primario y en estrella el secundario, cuáles serían para cada una de las unidades los valores de $S_n, U_{1n}, U_{2n}, \epsilon_{cc}, P_{cc}, P_0, I_0$.

25. Se dispone de dos transformadores de 100 kVA y 200 kVA, respectivamente. De ambos, se conocen los siguientes datos:

* Ensayo de vacío.

$$U_{p1} = U_{p2} = 4600 \text{ voltios}$$

$$U_{s1} = 230 \text{ voltios}; U_{s2} = 224,5 \text{ voltios}$$

Pérdidas en el hierro despreciables.

* Ensayo de cortocircuito.

Trafos 1: alimentando en el secundario y el primario en corto, se midieron en el secundario 0,03 V; 434,8 A. y 3,78 W.

Trafos 2: alimentando en el primario y cortocircuitando el secundario se midieron en el primario 0,56 V; 43,48 A. y 5,67 W.

Se conectan en paralelo tanto en el primario como en el secundario. La carga conectada en el lado de baja tensión consume 175 kVA, con un f.d.p. de 0,85, siendo la tensión en bornes de 220 voltios.

Hallar la tensión en el primario y la potencia cedida por cada transformador.

26. Se dispone de un transformador monofásico de 1,15 kVA en el primario, 115/230 voltios en vacío, que tiene una resistencia en el primario y en el secundario de 0,1 y 0,6 Ω respectivamente. Se pide:

- a) Con el secundario en vacío, el transformador alimentado en el primario con 115 V, absorbe 0,2 A y un vatímetro conectado en el circuito primario indica 10 W. Hallar las pérdidas en el hierro.
- b) Para una corriente primaria de 10 A calcular la potencia total perdida por efecto Joule en los devanados (pérdidas en el cobre).

c) El transformador, siempre alimentado a 115 V, está conectado con una resistencia pura y absorbe una corriente de 10 A.

d) Hallar la potencia consumida por la carga (en VA), la tensión en sus terminales de conexión y el rendimiento del trafos para este funcionamiento.

e) Hallar el rendimiento máximo y carga para la cual se produce.

27. Se pretende acoplar en paralelo dos transformadores, de potencias nominales 1000 y 1800 kVA, para alimentar una carga de 2800 kVA, de manera que ninguno de ellos resulte sobrecargado. Los dos transformadores están diseñados para soportar las mismas tensiones de primario y secundario. Si la carga es puramente resistiva y la impedancia equivalente del trafos de 1000 kVA es de $5 + j 2 \Omega$. ¿Cuál será la del otro transformador?.

28. De la placa de características de un transformador trifásico, se han tomado los siguientes datos:

$$S_n = 30 \text{ kVA.}$$

$$U_{1n} = 12 \text{ kV.}$$

$$U_{2n} = 200\sqrt{3} \text{ V.}$$

$$P_{cc} = 420 \text{ W.}$$

$$P_0 = 270 \text{ W.}$$

$$I_0 = 0,015 \text{ (1,5 \%)}$$

Alimentado por su devanado de alta tensión a 7,8 kV y con el devanado de baja tensión en cortocircuito, circula por este último una intensidad de corriente de 650 A.

Se utiliza dicho transformador para alimentar una carga trifásica equilibrada de 18 kVA. con un factor de potencia 0,8 capacitivo, conectada a su devanado de baja tensión, a la tensión de $160\sqrt{3} \text{ V}$. Se pide:

a) La tensión aplicada en barras del primario del transformador cuando alimenta la carga anterior.

b) El rendimiento en estas condiciones.

c) El máximo rendimiento posible del mismo, cuando trabaja a su tensión secundaria nominal.

d) Las características de la carga, para obtener este máximo rendimiento.

e) Con esta carga conectada al secundario del transformador, la tensión en bornes del primario.

f) Potencia aportada por el generador de alimentación, en tales condiciones de carga.

29. Se tiene un transformador trifásico de 20 kVA 3x3000/380-220 voltios, conectado en estrella - estrella. En vacío, absorbe por el devanado de alta tensión una intensidad de 0,25 A. y una potencia de 300 vatios. Sabiendo que los devanados de alta y baja tensión, tienen unas resistencias de 15Ω /fase y de $0,2 \Omega$ /fase, respectivamente, determinar:

- a) La intensidad de pérdidas en el hierro.
- b) Las pérdidas en el cobre en vacío y el % que suponen respecto a las pérdidas totales en vacío.
- c) La intensidad magnetizante.
- d) Las pérdidas producidas en el primario por la carga nominal del transformador.
- e) Las pérdidas producidas en el secundario por la carga del transformador.
- f) El rendimiento del transformador a carga nominal y factor de potencia unidad.

30. Se dispone de un transformador trifásico, conectado en estrella - estrella, cuyas tensiones nominales primaria y secundaria son de 3300 y 220 voltios, respectivamente, de 50 kVA, con el que se quiere alimentar un grupo de motores. Todos los motores son de características semejantes y funcionan con factor de potencia unidad y con una corriente nominal de 33 amperios por fase. Sometido el transformador a los ensayos de vacío y de cortocircuito, se han medido en el lado de A.T. los siguientes resultados:

$$P_{cc} = 1000 \text{ W}; U_{cc} = 219 \text{ V}; I_{cc} = 8 \text{ A}$$

$$P_0 = 800 \text{ W}; U_0 = 3300 \text{ V}; I_0 = \text{despreciable}$$

Se pide:

- a) Justificar cómo se conectarán los motores al transformador.
- b) El número máximo de motores que se pueden conectar.
- c) El número de motores que se deberían conectar para que el rendimiento del transformador fuera máximo.
- d) El coeficiente de regulación cuando se conecta el número máximo de motores permitido.
- e) El coeficiente de regulación cuando el transformador funciona a carga de máximo rendimiento.

31. De un transformador trifásico se conocen los siguientes datos:

Potencia Nominal: 2500 kVA

Tensiones Nominales primaria/secundaria: 44000 V/ 380 V

Pérdidas Nominales en los devanados: 2 % (50 kW)

Corriente de Vacío: 0,5 %

Pérdidas Nominales en el Hierro: 0,2 % (5 kW)

Tensión de Cortocircuito V_{cc} : 7 %

Grupo de Conexión Yy

Responder a los siguientes apartados utilizando, en su caso, el circuito equivalente aproximado con la admitancia transversal en la entrada de la máquina:

a) Dibujar el diagrama fasorial de tensiones y encontrar la relación de transformación del transformador.

b) Encontrar el circuito equivalente reducido al lado primario, en unidades del SI.

c) Hallar la regulación del transformador:

c1) A plena carga y factor de potencia unidad.

c2) A media carga y factor de potencia 0,8 en retardo.

c3) A media carga y factor de potencia 0,8 en adelanto.

d) Calcular el rendimiento del transformador a $\frac{3}{4}$ de carga en los siguientes casos:

d1) Tensión primaria igual a la nominal y factor de potencia 0,8

d11) inductivo

d12) capacitivo

d2) Tensión secundaria igual a la nominal y factor de potencia 0,8

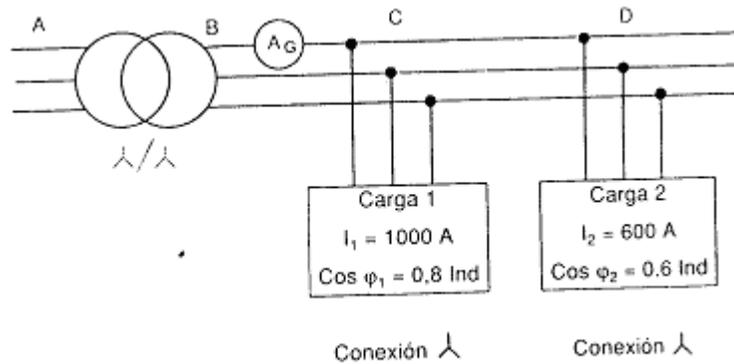
d21) inductivo

d22) capacitivo

e) Determinar la fracción de carga que proporciona el rendimiento máximo para el transformador.

f) Calcular el máximo rendimiento posible del transformador a factor de potencia 0,8 en retardo.

32. Un transformador trifásico, conexión estrella-estrella, alimenta dos cargas, como se indica en el esquema de la figura adjunta.



La relación de transformación del transformador es 10/4 kV. En el ensayo de cortocircuito la tensión aplicada al primario es de 3108 V, y la corriente de cortocircuito es de $I_{cc} = 2300$ A. El factor de potencia en el ensayo de cortocircuito: $\cos\phi_{cc} = 0,65$. La impedancia por fase de la línea entre B y C es de $0,1 + j0,25 \Omega$, y entre C y D es de $0,35 + j0,45 \Omega$. La frecuencia de la red es de 50 Hz. Se desprecian las pérdidas en vacío. Calcular:

- Valores de la resistencia y de la reactancia de cortocircuito.
- Tensión a aplicar en el primario del transformador, para que la carga 2 esté alimentada a 2900 V.
- Indicación del amperímetro AG.
- Rendimiento del transformador.
- Capacidad por fase de la batería de condensadores, conectadas en estrella, en la parte de alta tensión, que mejore el factor de potencia de la instalación, hasta un valor de 0,95.

33. Se tiene un transformador trifásico de 250 kVA, conexión Yy0, con una relación de tensiones compuestas de 15000/380 V. De los datos del fabricante, se conocen los siguientes parámetros:

$$\epsilon_{cc} = 10\%; \quad \epsilon_{X_{cc}} = 8 \%$$

se considera despreciable el efecto de la rama paralelo del circuito equivalente del transformador. Calcular:

- Los parámetros R_{cc} y X_{cc} del circuito equivalente por fase del transformador reducido al primario.
- La corriente que circularía por el secundario si por una falta se produce un cortocircuito franco en los bornes del secundario (Se supone para resolver esta cuestión que la tensión de alimentación del primario es la nominal de 15000V).
- Si la tensión compuesta de línea en el secundario es de 380 V y se conecta al transformador una carga en estrella de $15\angle 60^\circ$ ohmios por fase, ¿cuál será la tensión compuesta que debe aplicarse al

primario para que la tensión secundaria siga permaneciendo constante en 380V de línea. ¿Cuál será el rendimiento del transformador en estas condiciones?

d) Si se conecta este transformador en paralelo con otro de 350 kVA, conexión Yy0, con la misma relación de tensiones y de valores $\epsilon_{cc} = 10\%$ y $\epsilon_{x_{cc}} = 9\%$, ¿cómo se repartirán una potencia de 400 kW con f.d.p. 0,8 inductivo? (es decir calcular las potencias activas y aparentes suministradas por cada transformador).

34. En un transformador trifásico, alimentado por el devanado de tensión inferior, se produce accidentalmente un cortocircuito trifásico en bornes del devanado de tensión superior, pudiendo comprobarse, para esta situación, que la potencia cedida por el generador que alimenta según el esquema adjunto al transformador es de 12 kW.

Las características nominales del transformador son:

$$\begin{array}{llll} S_n = 20 \text{ kVA}; & U_{1n} = 380 \text{ V}; & U_{2n} = 600 \text{ V}; & \epsilon_{cc} = 0,02 \\ P_{cc} = 111,92 \text{ W}; & P_0 = 32,5 \text{ W}; & i_0 = 0,015; & \end{array}$$

Calcular :

- Los valores de la resistencia y reactancia de cortocircuito del transformador reducidas al primario.
- La indicación del voltímetro V_1
- Las indicaciones de los amperímetros A_1 y A_2 .

35. De la placa de características de un transformador trifásico, se han tomado los siguientes datos:

$$\begin{array}{llll} S_n = 320 \text{ kVA}. & U_{1n} = 10,8 \text{ kV} & U_{2n} = 0,4 \text{ kV} & \\ \epsilon_{cc} = 0,04 (4 \%) & i_0 = 0,01 (1 \%) & P_{cc} = 3584 \text{ W} & P_0 = 1920 \text{ W} \end{array}$$

Se conecta por el devanado de alta tensión a una red de 11,1 kV y por su devanado de baja tensión a una carga simétrica que absorbe una intensidad de corriente $I_2 = 300 \text{ A}$ con un factor de potencia de 0,8 inductivo. Suponiendo que la conexión del transformador es YY determinar:

- Los parámetros del circuito equivalente del transformador.
- La tensión U_2 en el devanado de baja tensión.
- Las pérdidas por efecto joule en el transformador.

Durante el funcionamiento en estas condiciones se produce un cortocircuito franco en bornes de la carga. Determinar, en este caso:

d) El valor de la intensidad de corriente que absorbe el transformador.

36. El rendimiento de un transformador monofásico de 400 kVA es del 98,77% cuando suministra la plena carga, con un factor de potencia de 0,8 y del 99,13% a media carga con un f.d.p. unidad. Hallar:

a) Las pérdidas en el hierro.

b) Las pérdidas en el cobre a plena carga.

37. Un transformador monofásico de 6 kVA y $\epsilon_{cc} = 6\%$ tiene una relación de tensiones en vacío de 600/200 V. Con el fin de variar las características de la máquina, se disponen de arrollamientos del transformador de manera que constituyen un autotransformador con una relación de tensiones en vacío de 400/600 V y en el cual se mantienen constantes las intensidades nominales de cada bobina. Se pide:

a) La impedancia del autotransformador referida al devanado primario.

b) La impedancia del autotransformador referida al devanado secundario.

c) La tensión de cortocircuito en %.

d) Alimentando el autotransformador a la tensión de 400 V, ¿cuál será la tensión en bornes del secundario cuando suministra 20 A con f.d.p. unidad? Se sabe que $X_{cc(\text{autotransformador})} = Z_{cc(\text{autotransformador})}/2$.

38. Un centro de transformación se alimenta de una red de 20 kV a través de una línea eléctrica de 10 km cuya impedancia por fase es de $(0,1 + j 0,4) \Omega/\text{km}$. Dicho centro de transformación dispone de dos transformadores, A y B, acoplados en paralelo, de los cuales se conoce lo siguiente:

Transformador A:

*) Grupo de conexión: Yz11.

*) Relación de tensiones en vacío: 20000/400 V.

*) Potencia asignada: 800 kVA.

*) Pérdidas de vacío: 1620 W.

*) Intensidad de vacío: 1,3 %.

*) Tensión de cortocircuito: 6%.

*) Pérdidas por efecto Joule nominales: 7700 W.

Transformador B:

- *) Grupo de conexión: Dy11.
- *) Relación de tensiones en vacío: 20000/400 V.
- *) Potencia asignada: 630 kVA.
- *) Potencia activa absorbida en vacío: 1500 W.
- *) Potencia reactiva absorbida en vacío: 80252 VAR.
- *) Impedancia real del devanado primario: $(3,9 + j 8,1) \Omega$ /fase.
- *) Impedancia real del devanado secundario: $(0,0025 + j 0,009) \Omega$ /fase.

Se pide:

- a) Esquema unifilar de la instalación.
- b) Circuito equivalente aproximado de cada uno de los transformadores.
- c) Valor de la corriente nominal de cada uno de los arrollamientos de los transformadores.
- d) Tensión secundaria cuando se alimenta una carga que absorbe 2000 A con factor de potencia 0,8 capacitivo. Despreciar la rama de vacío.
- e) Intensidad consumida por la carga y su factor de potencia para que el transformador B trabaje con rendimiento máximo.
- f) Máxima potencia en kVA que podrán suministrar sin que ninguno de ellos suministre una potencia superior a la asignada.

39. Una industria dispone de dos transformadores trifásicos acoplados en paralelo y alimentados a la tensión constante de 20 kV para el suministro eléctrico a un conjunto de motores trifásicos de inducción, tetrapolares, con conexión en triángulo y todos idénticos. Los datos conocidos de ensayos y pruebas, en condiciones no nominales de las máquinas, son los siguientes:

Transformador A:

- *) Relación de tensiones de vacío: 400/8 V.
- *) Ensayo de cortocircuito (valores medidos en el lado de B.T.):
 - +) Tensión aplicada: 30 V.
 - +) Intensidad consumida: 1299 A.

+) Potencia consumida: 11719 W.

Transformador B:

*) Relación de tensiones de vacío: 397,4/8 V.

*) Ensayo de cortocircuito (valores medidos en el lado de B.T.):

+) Tensión aplicada: 20 V.

+) Intensidad consumida: 866 A.

+) Potencia consumida: 5208 W.

Motores de inducción:

*) Par en el rotor: 58,67 Nm.

*) Deslizamiento: 5%.

*) Intensidad consumida: 16 A.

*) Potencia consumida: 9600 W.

*) Factor de potencia: 0,9015.

El proceso desarrollado en esta industria requiere en un momento dado el funcionamiento de diez motores trifásicos idénticos, teniendo cada uno un deslizamiento del 8%. En estas condiciones, calcular:

a) Par desarrollado en el rotor en cada motor y porcentaje de éste sobre el par de arranque.

b) Pérdidas por efecto Joule en cada transformador.

Se pueden despreciar las ramas de vacío de todas las máquinas.

40. Se dispone de tres transformadores trifásicos A, B y C acoplados en paralelo con las siguientes características:

$$S_{NA} = S_{NB} = S_{NC} = 100 \text{ kVA}$$

$$\cos \varphi_{ccA} = \cos \varphi_{ccB} = \cos \varphi_{ccC} = 0,342$$

$$m_A = m_B = m_C = 50$$

$$u_{ccA} = 10 \%; u_{ccB} = 5 \%; u_{ccC} = 2,5 \%;$$

Se pide:

- a) Justificar si es posible alimentar una carga de 300 kVA sin que ninguno de ellos suministre una potencia superior a la asignada.
- b) En un determinado momento, el transformador C trabaja con regulación máxima suministrando su potencia nominal, ¿cuál será la potencia activa y reactiva suministrada respectivamente por los transformadores A y B?

41. A la salida de una central se desea elevar la tensión de línea generada a la tensión constante de transporte de 220 kV mediante un banco trifásico formado por tres autotransformadores monofásicos. Para ello se dispone de tres transformadores monofásicos completamente iguales, a los cuales se les realizan las conexiones adecuadas entre sus arrollamientos para obtener los autotransformadores monofásicos de las características deseadas. Las características de cada transformador monofásico son:

- Potencia nominal: 120 MVA.
- Relación de tensiones en vacío nominales: 240/20 kV.
- Tensión de cortocircuito: 14 %.
- En un ensayo con el lado de baja tensión cortocircuitado, el transformador absorbe 400 A y 2250 kW.

Se pide:

- a) Características de cada transformador monofásico: relación de tensiones en vacío, potencia nominal, tensión de cortocircuito en %.
- b) Determinar las características del banco trifásico si la conexión es en triángulo: potencia nominal, relaciones de tensiones e intensidades en vacío, tensión de cortocircuito en %.
- c) Tensión de alimentación del banco trifásico, intensidad consumida por éste, regulación y rendimiento cuando el conjunto suministra su potencia asignada a 220 kV con f.d.p. 0,9 inductivo. Despreciar las pérdidas en el hierro de los transformadores.
- d) Si el banco trifásico lo constituyen los tres transformadores monofásicos con conexión triángulo-triángulo, calcular la tensión de alimentación del banco trifásico, la corriente consumida por éste, la regulación y el rendimiento cuando el conjunto suministra su corriente nominal a 220 kV con f.d.p. 0,9 inductivo. Despreciar las pérdidas en el hierro.

42. Calcular los parámetros del circuito eléctrico equivalente y las impedancias relativas de cortocircuito de un transformador monofásico de 100 MVA, 66000/15000 V que ha dado los siguientes resultados en los ensayos:

Ensayo de vacío: $U_0 = 15000$ V; $I_0 = 48,2$ A, $P_0 = 144$ kW

Ensayo de cortocircuito: $U_{cc} = 6270 \text{ V}$; $I_{cc} = 1515 \text{ A}$; $P_{cc} = 572 \text{ kW}$

43. Un transformador monofásico de 5 kVA, 230/110 V, 50 Hz tiene unas pérdidas en vacío de 75 W. Los parámetros de la rama serie del circuito equivalente son $R_{cc} = 0,19 \Omega$ y $X_{cc} = 0,474 \Omega$ referidos al primario. Se pide:

a) Suponiendo que se conecta el primario a una red de 230 V, calcular la tensión en bornes del secundario y el rendimiento del transformador cuando alimenta por el secundario una carga de $3,6 \Omega$ con un factor de potencia 0,8 inductivo.

b) Si se quiere que la tensión secundaria sea de 110 V cuando alimenta una carga de 4 kVA, con factor de potencia 0,6 capacitivo, determinar la tensión de alimentación necesaria en el lado primario.

44. Una instalación eléctrica se alimenta desde una línea de 66 kV por medio de un transformador trifásico de 10 MVA, 66000/6000 V, cuya tensión de cortocircuito vale $0,01 + j 0,12 \text{ p.u.}$ y cuyo grupo de conexión es Dy11. Se requiere aumentar la capacidad de dicha instalación a base de conectar una segunda unidad en paralelo. Se dispone de un transformador de 5 MVA, de las mismas tensiones asignadas, pero con conexiones Dy5 y cuya tensión relativa de cortocircuito es de $0,008 + j 0,10 \text{ p.u.}$

Se pide determinar en que condiciones podrían alimentar conjuntamente una carga de 15 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo.

TRANSFORMADORES

Problemas resueltos

PROBLEMA 1

Se dispone de dos transformadores monofásicos, conectados en paralelo, para alimentar una carga de 25 kVA puramente resistiva. Calcular como se reparte la carga (potencia aparente) entre los dos transformadores en las dos situaciones siguientes:

- a) Los dos transformadores son iguales y tienen las siguientes características:

Potencia nominal: 15 kVA.

R_{cc} : 0,25 Ω (referida al secundario)

X_{cc} : 0,25 Ω (referida al secundario)

Tensión nominal del secundario: 415 V

- b) Los dos transformadores son diferentes y tienen las siguientes características:

Transformador 1

Potencia nominal: 15 kVA.

R_{cc} : 0,25 Ω (referida al secundario)

X_{cc} : 0,25 Ω (referida al secundario)

Tensión nominal del secundario: 415 V

Transformador 2

Potencia nominal: 10 kVA.

R_{cc} : 0,39 Ω (referida al secundario)

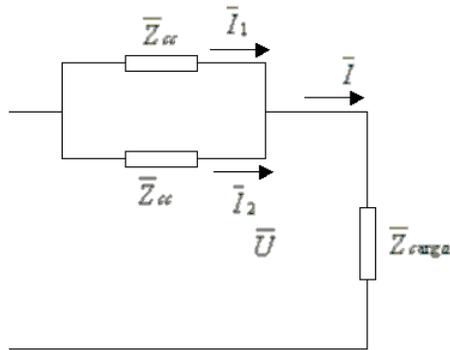
X_{cc} : 0,529 Ω (referida al secundario)

Tensión nominal del secundario: 415 V

Solución

Apartado A

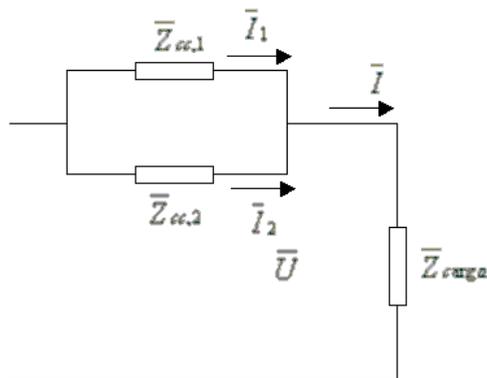
El circuito equivalente de los dos transformadores en paralelo, referido al secundario, es el siguiente:

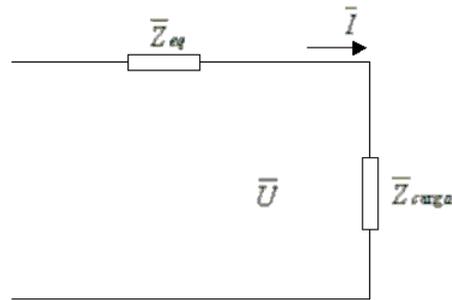


En cada transformador se ha despreciado la rama en paralelo, y se ha representado únicamente por su impedancia de cortocircuito. Con una simple inspección visual del circuito equivalente se deduce que la potencia de la carga se reparte a partes iguales entre los dos transformadores.

Apartado B

En este segundo apartado, el circuito eléctrico equivalente de la conexión en paralelo de los dos transformadores es igual que en el apartado A. La única diferencia es que las impedancias de cortocircuito son ahora diferentes por ser distintos los dos transformadores.





Se desconoce la tensión de alimentación de la carga, pero como se va a demostrar durante la resolución de este apartado no es necesaria. La notación que se va a emplear es la siguiente:

- Tensión en el secundario de los dos transformadores, referida a su propio devanado, que es la tensión de alimentación de la carga: \bar{U} .
- Corriente consumida por la carga, referida al secundario: \bar{I} .
- Corriente suministrada por el transformador número 1 a la carga referida al devanado secundario: \bar{I}_1 .
- Corriente suministrada por el transformador número 2 a la carga referida al devanado secundario: \bar{I}_2 .
- Potencia aparente consumida por la carga: $\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = 25 \angle 0^\circ \text{ kVA}$.
- Potencia aparente suministrada por el transformador número 1 a la carga: $\bar{S}_1 = \bar{U} \cdot \bar{I}_1^*$.
- Potencia aparente suministrada por el transformador número 2 a la carga: $\bar{S}_2 = \bar{U} \cdot \bar{I}_2^*$.
- Impedancia de cortocircuito del transformador número 1 referida al secundario: $\bar{Z}_{cc,1}$.
- Impedancia de cortocircuito del transformador número 2 referida al secundario: $\bar{Z}_{cc,2}$.
- Impedancia equivalente de la asociación en paralelo de las impedancias de cortocircuito de los dos transformadores: $\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$.

Se puede encontrar el valor de las corrientes que suministran cada uno de los dos transformadores a la carga en función de la corriente total que está consumiendo ésta. Para ello hay que tener presente que la caída de tensión interna en los dos transformadores es la misma, e igual a la caída de tensión en la impedancia equivalente:

$$\bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_{cc,1} = \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_{cc,2} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_{eq}$$

Las expresiones que nos proporcionan el valor de cada una de las corrientes son las siguientes:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,1}} \cdot \bar{I}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,2}} \cdot \bar{I}$$

La potencia aparente que suministra el transformador número 1 a la carga es:

$$\bar{S}_1 = \bar{U} \cdot \bar{I}_1^*$$

Se puede sustituir la expresión anterior de \bar{I}_1 en función de las impedancias y la corriente total en la fórmula de la potencia aparente. Como resultado de operar se encuentra que la potencia que suministra el transformador número 1 es igual al producto de la potencia aparente total, demandada por la carga, por una relación entre impedancias conocidas. Se debe hacer el mismo desarrollo para obtener una expresión similar para la potencia aparente suministrada por el transformador número 2.

$$\begin{aligned} \bar{S}_1 &= \bar{U} \cdot \bar{I}_1^* = \bar{U} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,1}} \cdot \bar{I} \right)^* \\ &= \bar{U} \cdot \bar{I}^* \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,1}} \right)^* \\ &= \bar{S} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,1}} \right)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_2 &= \bar{U} \cdot \bar{I}_2^* = \bar{U} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,2}} \cdot \bar{I} \right)^* \\ &= \bar{U} \cdot \bar{I}^* \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,2}} \right)^* \\ &= \bar{S} \cdot \left(\frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{cc,2}} \right)^* \end{aligned}$$

El valor de las impedancias de cortocircuito de cada uno de los dos transformadores es proporcionado en el enunciado del problema. La impedancia equivalente de la asociación en paralelo de los dos transformadores por lo tanto tiene el siguiente valor:

$$\bar{Z}_{eq} = 0,26 \angle 54,57^\circ \quad \Omega$$

Conocidos todos los datos, la potencia aparente que suministra cada transformador es:

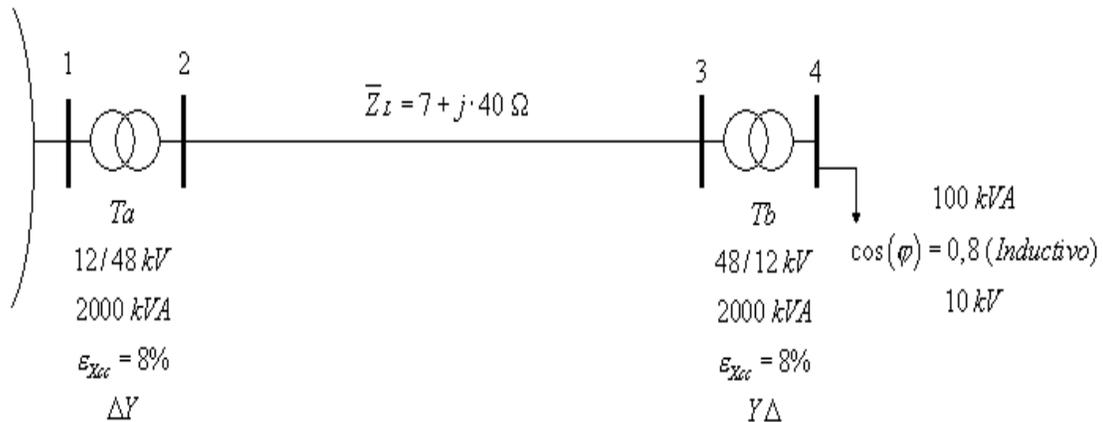
$$\bar{S}_1 = 15 \angle 0,65^\circ \quad kVA$$

$$\bar{S}_2 = 10 \angle -0,97^\circ \quad kVA$$

Como se ha demostrado durante la resolución del problema no ha sido necesario conocer la tensión de alimentación de la carga.

PROBLEMA 2

Un sistema de transmisión de energía eléctrica está constituido por una línea con dos transformadores Ta y Tb en sus extremos origen y final respectivamente. El sistema se encuentra alimentado en su origen, punto 1, por otro sistema que puede considerarse de potencia infinita. La carga conectada en el extremo receptor, punto 4, es de 100 kVA con factor de potencia 0,8 en retardo. La tensión resultante en este punto es de 10 kV, entre fases.



Se pide:

- Tomando como origen de fases la tensión fase neutro en el punto 4, calcular la tensión entre fases en los puntos 1, 2 y 3. Así mismo, determine la corriente de entrada al transformador Ta , y la corriente en la línea.
- El transformador Tb se sustituye por otro de las siguientes características: 1000 kVA, 48/12 kV, $\epsilon_{Xcc} = 4\%$, $Y \Delta$. Determine los mismos valores que se han pedido en el apartado A.

Solución

Hipótesis

Antes de resolver el problema es necesario realizar una serie de simplificaciones e hipótesis sobre la estructura del circuito equivalente de los transformadores. La rama en paralelo de los mismos se puede despreciar, debido a que no se ofrecen datos para poder calcularla. Con respecto a la rama en serie, solo se menciona la caída de tensión relativa en la reactancia de cortocircuito. Como no se ofrecen más datos se puede considerar que ϵ_{Rcc} es nula. Entonces, el circuito equivalente de los transformadores va a quedar reducido a la reactancia de cortocircuito, X_{α} .

Apartado A

Existen varios caminos para resolver este problema. Aquí se va a utilizar el método de los valores por unidad. En el circuito eléctrico presentado se distinguen 3 zonas claramente diferenciadas: primario del transformador Ta , secundario del transformador Tb , línea que une el secundario del transformador Ta con el primario del transformador Tb . Es necesario, por tanto, definir un conjunto de valores de base para cada una de las tres zonas. Escogiendo dos magnitudes de base el resto quedan definidas. La potencia base es la misma para las tres zonas, y se escoge igual a la potencia nominal de los dos transformadores. La otra magnitud de base que se define es la tensión. En cada una de las tres zonas hay que definir una tensión base. Estas magnitudes definidas tienen que estar relacionadas a través de las relaciones de transformación de los dos transformadores. Los valores escogidos corresponden a los valores nominales de los devanados de los transformadores.

- Primario del transformador Ta :

$$V_{b1} = 12 \text{ kV} \quad ; \quad E_{b1} = \frac{12}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

- Valores de la tensión de base en la línea:

$$V_{b2} = 48 \text{ kV} \quad ; \quad E_{b1} = \frac{48}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

- Secundario del transformador Tb :

$$V_{b3} = 12 \text{ kV} \quad ; \quad E_{b3} = \frac{12}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

Ahora que están definidos la tensión y potencia de base, se pueden calcular la corriente e impedancia de base en cada una de las tres zonas.

- Primario del transformador Ta .

$$I_{b1} = 96,23 \text{ A} \quad ; \quad Z_{b1} = 72 \Omega$$

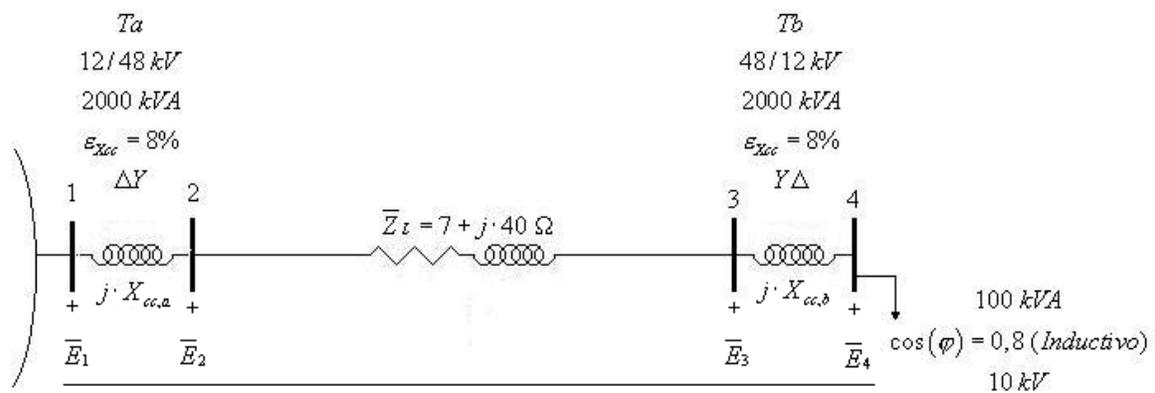
- Valores de la impedancia y corriente de base en la línea:

$$I_{b2} = 24,06 \text{ A} \quad ; \quad Z_{b1} = 1152 \Omega$$

- Secundario del transformador Tb .

$$I_{b3} = 96,23 \text{ A} \quad ; \quad Z_{b3} = 72 \Omega$$

El circuito equivalente monofásico de todo el circuito es el siguiente:



El siguiente paso consiste en expresar todas las magnitudes conocidas del circuito en valores por unidad, dividiéndolas por la correspondiente base. Se conoce la caída de tensión relativa en la reactancia de cortocircuito de cada uno de los dos transformadores. La $\epsilon_{X_{cc}}$, en tanto por uno, coincide con su valor en p.u. si la base escogida coincide con los valores nominales del transformador, como es el caso. Por lo tanto no hace falta realizar ningún cálculo adicional para expresar estas reactancias en valores por unidad.

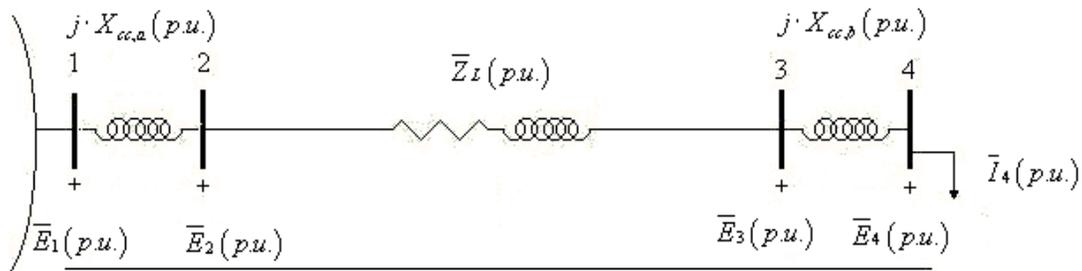
$$X_{cc,a} (\text{p.u.}) = 0,08 (\text{p.u.})$$

$$X_{cc,b} (\text{p.u.}) = 0,08 (\text{p.u.})$$

La impedancia de la línea en valores por unidad es la siguiente:

$$\bar{Z}_L (\text{p.u.}) = \frac{\bar{Z}_L (\Omega)}{Z_{b2}} = 0,0061 + j \cdot 0,0347 (\text{p.u.})$$

El circuito equivalente, por fase, en valores por unidad es el siguiente:



Además de las impedancias, se conoce la tensión y corriente en el punto 4.

- Tensión en el punto 4.

$$V_4 = 10 \text{ kV}$$

$$\bar{E}_4 = \frac{V_4}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{E}_4 (p.u.) = \frac{\bar{E}_4}{E_{b3}} = 0,83 \angle 0^\circ (p.u.)$$

- Corriente en el punto 4.

$$\bar{S}_c = 3 \cdot \bar{E}_4 \cdot \bar{I}_4^*$$

$$\bar{I}_4 = \left(\frac{\bar{S}_c}{3 \cdot \bar{E}_4} \right)^*$$

$$\bar{I}_4 (p.u.) = \frac{\bar{I}_4}{I_{b3}} = 0,06 \angle -36,87^\circ (p.u.)$$

Ahora resulta sencillo determinar el valor de las tensiones en el resto de puntos, empleando la segunda ley de Kirchoff.

- Tensión en el punto 3.

$$\bar{E}_3 (p.u.) = \bar{E}_4 (p.u.) + j \cdot X_{cc,b} (p.u.) \cdot \bar{I}_4 (p.u.)$$

$$\bar{E}_3 (p.u.) = 0,8362 \angle 0,26^\circ (p.u.)$$

$$V_3 = V_3 (p.u.) \cdot V_{b2} = 40,14 \text{ kV}$$

- Tensión en el punto 2.

$$\bar{E}_2(p.u.) = \bar{E}_3(p.u.) + \bar{Z}_L(p.u.) \cdot \bar{I}_4(p.u.)$$

$$\bar{E}_2(p.u.) = 0,8378 \angle 0,36^\circ (p.u.)$$

$$V_2 = V_2(p.u.) \cdot V_{b2} = 40,21 \text{ kV}$$

- Tensión en el punto 1.

$$\bar{E}_1(p.u.) = \bar{E}_2(p.u.) + j \cdot X_{cc,a}(p.u.) \cdot \bar{I}_4(p.u.)$$

$$\bar{E}_1(p.u.) = 0,8407 \angle 0,62^\circ (p.u.)$$

$$V_1 = V_1(p.u.) \cdot V_{b1} = 10,09 \text{ kV}$$

Por último, queda calcular el valor de la corriente en la línea y a la entrada del transformador Ta . Como se puede observar en el último circuito equivalente, estas dos corrientes, en valores por unidad, coinciden con la corriente $I_4(p.u.)$. Su valor en amperios se obtendrá multiplicando por la corriente base correspondiente:

- Corriente en la línea.

$$I_L = I_4(p.u.) \cdot I_{b2}$$

$$I_L = 1,44 \text{ A}$$

- Corriente de entrada al transformador Ta .

$$I_1 = I_4(p.u.) \cdot I_{b1}$$

$$I_1 = 5,77 \text{ A}$$

Apartado B

El circuito sigue siendo el mismo, sólo que se sustituye el transformador Tb por otro de las siguientes características: 1000 kVA, 48/12 kV, $\epsilon_{xcc} = 4\%$, $Y\Delta$. Se va a resolver este apartado empleando el mismo método del apartado anterior. Lo primero que hay que hacer es establecer los valores de base. En esta nueva situación, los dos transformadores tienen diferente potencia. Hay que escoger una potencia base para todo el sistema. El camino más sencillo consiste en escoger los mismos valores de base que en el apartado anterior. De esta forma, la impedancia de cortocircuito del transformador Ta y de la línea no cambian. La impedancia de cortocircuito del transformador Tb en valores por unidad es 0,04, pero en una base que coincide con sus valores nominales de tensión y potencia. Como esta base no es la escogida para resolver el problema, es necesario realizar un cambio. La base, en la que la impedancia de cortocircuito del transformador Tb tiene un valor de 0,04, es la siguiente:

$$N'_b = 1000 \text{ kVA}$$

$$E'_b = \frac{48}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

Hay que tener en cuenta que la impedancia de cortocircuito en valores p.u. tiene el mismo valor referida al primario y al secundario del transformador. La nueva base en la que se quiere expresar el valor de la reactancia de cortocircuito es la siguiente:

$$N_b = 2000 \text{ kVA}$$

$$E_b = \frac{48}{\sqrt{3}} \text{ kV}$$

Para efectuar el cambio de base hay que realizar las siguientes operaciones:

$$X_{cc,b}(\Omega) = X'_{cc,b}(p.u.) \cdot Z'_b = X_{cc,b}(p.u.) \cdot Z_b$$

$$X_{cc,b}(p.u.) = \frac{X'_{cc,b}(p.u.) \cdot Z'_b}{Z_b}$$

$$X_{cc,b}(p.u.) = \frac{X'_{cc,b}(p.u.) \cdot \frac{3 \cdot E_b'^2}{N_b'}}{\frac{3 \cdot E_b^2}{N_b}}$$

$$X_{cc,b}(p.u.) = X'_{cc,b}(p.u.) \cdot \frac{N_b}{N_b'} \cdot \left(\frac{E_b'}{E_b} \right)^2$$

$$X_{cc,b}(p.u.) = 0,08 (p.u.)$$

El circuito monofásico equivalente final es exactamente igual que en el apartado A. Como la base que estamos utilizando es la misma, E_4 e I_4 tienen la misma expresión en valores por unidad. Por lo tanto, los resultados que se van a obtener son los mismos que en el apartado anterior.

$$V_3 = 40,14 \text{ kV}$$

$$V_2 = 40,21 \text{ kV}$$

$$V_1 = 10,09 \text{ kV}$$

$$I_L = 1,44 \text{ A}$$

$$I_1 = 5,77 \text{ A}$$

PROBLEMA 3

Un transformador trifásico tiene las siguientes características nominales: conexión triángulo-estrella, relación de tensiones compuestas 1000 V/ 100 V, potencia aparente nominal 50 kVA. Los resultados de unos ensayos de vacío y cortocircuito, medidos en el lado de alta tensión, han dado los siguientes valores:

- Vacío: Tensión del ensayo de vacío: 1000 V,
Corriente del ensayo de vacío: 2,9 A,
Potencia total del ensayo: 1,1 kW.
- Cortocircuito: Tensión del ensayo: 110 V,
Corriente del ensayo: corriente nominal,
Potencia total del ensayo: 1,45 kW.

Se pide:

- A.- Calcular la resistencia de pérdidas en el hierro, R_{FE} , y la reactancia de magnetización, X_m , referidas al primario.
- B.- Calcular el valor de la impedancia de cortocircuito ($Z_{cc} = R_{cc} + j X_{cc}$), referida al primario.
- C.- Calcular las caídas de tensión relativas: $\epsilon_{R_{cc}}$, $\epsilon_{X_{cc}}$ y ϵ_{cc} .
- D.- Dibujar los distintos circuitos equivalentes transformador, razonando las simplificaciones realizadas.
- E.- Calcular la potencia aparente de máximo rendimiento del transformador, y el rendimiento máximo para un factor de potencia unidad.
- F.- El transformador está funcionando a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo. En este caso, entendemos por plena carga que la corriente en el secundario del transformador es la nominal, y la tensión de alimentación del transformador también es la nominal. Se pide calcular:
- F.1.- La tensión en el secundario del transformador.
- F.2.- Rendimiento del transformador.
- F.3.- Coeficiente de regulación.

Solución

Notación empleada

U_{pn}	Tensión nominal del primario en valor de línea.
E_{pn}	Tensión nominal del primario en valor de fase.
U_{sn}	Tensión nominal del secundario en valor de línea.
U_s	Tensión del secundario en valor de línea.
U_{s0}	Tensión del secundario en vacío en valor de línea.
U_{spe}	Tensión de plena carga del secundario en valor de línea.
E_{sn}	Tensión nominal del secundario en valor de fase.
E_p	Tensión del primario en valor de fase.
E_s	Tensión del secundario en valor de fase.
E_s^*	Tensión del secundario en valor de fase, referido al primario.
r_t	Relación de transformación.
U_0	Tensión del ensayo de vacío, referida al primario, y en valor de línea.
E_0	Tensión del ensayo de vacío, referida al primario, y en valor de fase.
I_{0L}	Corriente del ensayo de vacío, referida al primario, y en valor de línea.
I_{0F}	Corriente del ensayo de vacío, referida al primario, y en valor de fase.
P_0	Potencia del ensayo de vacío.
I_{pnf}	Corriente nominal del primario, en valor de fase.
I_{ec}	Corriente del ensayo de cortocircuito, referida al primario, y en valor de fase.
E_{cc}	Tensión del ensayo de cortocircuito, referida al primario, y en valor de fase.
P_{cc}	Potencia del ensayo de cortocircuito.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito, referida al primario.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito, referida al primario.
S_n	Potencia aparente nominal del transformador.
P_s	Potencia activa entregada por el transformador, en el secundario.
$\cos\phi_s$	Factor de potencia del secundario del transformador.
P_{FE}	Potencia de pérdidas en el hierro.
P_{cu}	Potencia de pérdidas en el cobre.
h	Rendimiento del transformador.
I_{snf}	Corriente nominal del secundario, en valor de fase.
I_{snL}	Corriente nominal del secundario, en valor de línea.
I_{sf}	Corriente que circula por el secundario, en valor de fase.
I_{sF}	Corriente que circula por el secundario, en valor de fase y referida al primario.
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.
X_m	Reactancia de magnetización.
I_{FE}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_m	Corriente de magnetización.

Apartado A

Para calcular la resistencia de pérdidas en el hierro, R_{FE} , y la reactancia de magnetización, X_m , hay que utilizar los datos del ensayo de vacío, que ha sido realizado en el lado de alta tensión o primario del transformador. Como la tensión del ensayo de vacío coincide con la tensión nominal del primario, se dice que el ensayo es nominal. Entonces las pérdidas en el hierro a plena carga coincidirán con las pérdidas de potencia registradas en este ensayo. Los datos del ensayo de vacío son los siguientes:

$$U_0 = 1.000 \text{ V} \rightarrow E_0 = 1.000 \text{ V}$$
$$I_{0L} = 3 \text{ A} \rightarrow I_{0F} = \frac{2,9}{\sqrt{3}} \text{ A} = 1,67 \text{ A}$$
$$P_0 = 1,1 \text{ kW}$$

Para calcular R_{FE} y X_m es necesario realizar los siguientes cálculos:

$$P_0 = 3 \cdot E_0 \cdot I_{0F} \cdot \cos \varphi_0$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{3 \cdot E_0 \cdot I_{0F}} = \frac{1.000}{3 \cdot 1.000 \cdot 1,67}$$

$$\cos \varphi_0 = 0,22$$

$$\text{sen } \varphi_0 = 0,98$$

Las dos componentes de la corriente de vacío son:

$$I_{FE} = I_{0F} \cdot \cos \varphi_0 = 1,67 \cdot 0,22 = 0,37 \text{ A}$$

$$I_{\mu} = I_{0F} \cdot \text{sen } \varphi_0 = 1,67 \cdot 0,98 = 1,64 \text{ A}$$

Ya se tienen los datos necesarios para encontrar los valores de R_{FE} y X_m :

$$E_o = R_{FE} \cdot I_{FE}$$

$$R_{FE} = \frac{E_o}{I_{FE}}$$

$$R_{FE} = 2702,70 \Omega / \text{Fase}$$

$$E_o = X_{\mu} \cdot I_{\mu}$$

$$X_{\mu} = \frac{E_o}{I_{\mu}}$$

$$X_{\mu} = 609,76 \Omega / \text{Fase}$$

Apartado B

Con los datos del ensayo de cortocircuito se puede calcular las componentes de la impedancia de cortocircuito del transformador. Primero necesitamos saber cual es la corriente nominal del transformador en el lado de alta tensión, que es donde se ha realizado el ensayo.

$$S_n = 3 \cdot E_{pn} \cdot I_{pnf}$$

$$I_{pnf} = \frac{S_n}{3 \cdot E_{pn}} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ (VA)}}{3 \cdot 1.000 \text{ (V)}}$$

$$I_{pnf} = 16,67 \text{ A}$$

$$I_{cc} = I_{pnf} = 16,67 \text{ A}$$

Como la corriente del ensayo de cortocircuito coincide con la corriente nominal del transformador, el ensayo se dice que es nominal. Cuando el transformador funcione a plena carga, las pérdidas en el cobre del transformador coincidirán con las pérdidas de potencia medidas en el ensayo de cortocircuito nominal.

Para conocer los valores de R_{cc} y X_{cc} hay que realizar las siguientes operaciones:

$$P_{cc} = 3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{3 \cdot E_{cc} \cdot I_{cc}} = \frac{1.450 (W)}{3 \cdot 110 (V) \cdot 16,67 (A)}$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,26$$

$$\text{sen } \varphi_{cc} = 0,96$$

$$E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = R_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$R_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}}{I_{cc}}$$

$$R_{cc} = 1,72 \Omega / \text{Fase}$$

$$E_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_{cc} = X_{cc} \cdot I_{cc}$$

$$X_{cc} = \frac{E_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_{cc}}{I_{cc}}$$

$$X_{cc} = 6,33 \Omega / \text{Fase}$$

Apartado C

Las caídas de tensión relativas se calculan empleando sus fórmulas correspondientes.

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{pnf}}{E_{pn}} \cdot 100 = 2,87\%$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{pnf}}{E_{pn}} \cdot 100 = 10,55\%$$

$$\varepsilon_{cc} = \sqrt{\varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2} = 10,93\%$$

Apartado E

Un transformador trabaja a rendimiento máximo cuando las pérdidas en el cobre son iguales a las pérdidas en el hierro nominales. El índice de carga óptimo o de máximo rendimiento viene definido por la siguiente expresión:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{FE,nom}}{P_{cu,nom}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{1,1}{1,45}} = 0,87$$

La potencia aparente de máximo rendimiento es la siguiente:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta max}}{S_n}$$
$$S_{\eta max} = C_{opt} \cdot S_n = 0,87 \cdot 50 \text{ kVA} = 43,50 \text{ kVA}$$

Si el factor de potencia es la unidad, la potencia activa de máximo rendimiento es:

$$P_{\eta max} = S_{\eta max} \cdot \cos \varphi = 43,50 \cdot 1 = 43,50 \text{ kW}$$

Por último queda calcular el rendimiento máximo del transformador, cuando el f.d.p. es 1:

$$\eta_{max} = \frac{P_{\eta max}}{P_{\eta max} + 2 \cdot P_0} \cdot 100$$
$$\eta_{max} = 95,19\%$$

Apartado F1

Para resolver este apartado se va a utilizar el circuito equivalente aproximado, referido al primario, del transformador. Las variables que conocemos de este circuito, aparte de la impedancia de cortocircuito, R_{FE} y X_{μ} , son las siguientes:

Tensión de alimentación:

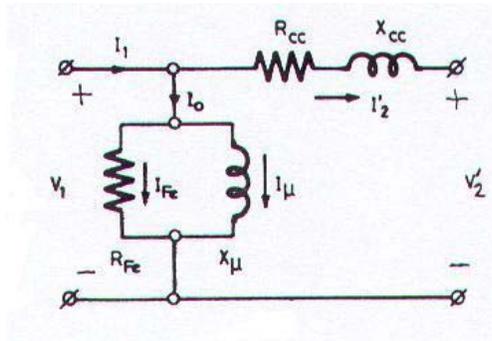
$$E_p = E_{pn} = 1.000 \text{ V}$$

Factor de potencia de la carga:

$$\cos \varphi_s = 0,8 \text{ (Inductivo)}$$

Corriente del secundario:

$$I'_{sf} = I'_{snf}$$



Vamos a encontrar el valor de la corriente nominal del secundario.

$$S_n = \sqrt{3} \cdot U_{sn} \cdot I_{snL}$$

$$I_{snL} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{sn}} = \frac{50 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \cdot 100 \text{ V}}$$

$$I_{snL} = 288,68 \text{ A}$$

Como la conexión es en estrella, la corriente nominal de fase coincide con la de línea:

$$I_{snf} = I_{snL} = 288,68 \text{ A}$$

Para referirla al primario es necesario encontrar el valor de la relación de transformación:

$$r_t = \frac{E_{pn}}{E_{sn}} = \frac{1.000}{\frac{100}{\sqrt{3}}} = 17,32$$

La corriente que circula por el secundario del transformador, referida al primario es:

$$I'_{sf} = \frac{I_{snf}}{r_t} = \frac{288,68}{17,32} = 16,67 \text{ A}$$

Para calcular la tensión en el secundario del transformador se puede emplear al aproximación de Kapp:

$$E_p = E'_s + (R_{cc} \cdot \cos \varphi_s + X_{cc} \cdot \sen \varphi_s) \cdot I'_{sf}$$

$$E'_s = E_p - (R_{cc} \cdot \cos \varphi_s + X_{cc} \cdot \sen \varphi_s) \cdot I'_{sf}$$

$$E'_s = 1.000 - (1,72 \cdot 0,8 + 6,33 \cdot 0,6) \cdot 16,67$$

$$E'_s = 913,75 \text{ V}$$

$$E_s = \frac{E'_s}{r_t} = 52,76 \text{ V}$$

$$U_s = \sqrt{3} \cdot E_s = 91,38 \text{ V}$$

Apartado F2

El rendimiento de un transformador viene expresado por la siguiente ecuación:

$$\eta = \frac{P_s}{P_s + P_{FE} + P_{cu}}$$

Las pérdidas en el hierro se consideran las mismas que las del ensayo de vacío, porque la tensión primaria es la misma en ambos casos.

$$P_{FE} = P_0 = 1.100 \text{ W}$$

El transformador está funcionando a plena carga. En estas condiciones podemos considerar que las pérdidas en el cobre coinciden con las del ensayo de cortocircuito, o podemos calcularlas:

$$P_{cu} = 3 \cdot R_{cc} \cdot I_{sf}'^2 = 3 \cdot 1,72 \cdot 16,67^2 = 1433,91 \text{ W}$$

Queda por encontrar la potencia activa que está consumiendo la carga:

$$P_s = 3 \cdot E_s' \cdot I_{sf}' \cdot \cos \varphi_s = 3 \cdot 913,75 \cdot 16,67 \cdot 0,8 = 36.557,31 \text{ W}$$

Con estos datos, el rendimiento del transformador es el siguiente:

$$\eta = \frac{36.557,31}{36.557,31 + 1.433,91 + 1.100} \cdot 100 = 93,52\%$$

Apartado F3

El coeficiente de regulación de un transformador está definido por la siguiente expresión:

$$CR = \frac{U_{s0} - U_{spc}}{U_{spc}} \cdot 100 = \frac{100 - 91,38}{91,38} \cdot 100 = 9,43\%$$

PROBLEMA 4

De un transformador monofásico, 125 kVA, 3000/380V, se conocen los siguientes datos de un ensayo de vacío: 3000 V, 0.8 A, 1000 W. También son conocidos los datos de dos situaciones de carga:

- El transformador, alimentado a la tensión nominal, alimenta a 384 V una carga que consume la corriente nominal con fdp 0.8 capacitivo.
- El transformador, alimentado a la tensión nominal, alimenta a 377.1 V una carga puramente resistiva que consume la corriente nominal.

Se pide:

A. Impedancia de cortocircuito.

B. Rendimiento y coeficiente de regulación a plena carga con los siguientes factores de potencia en el secundario: 1, 0.8 inductivo, 0.8 capacitivo.

C. Se coloca en paralelo con otros dos transformadores con los siguientes datos:

$$3000/380 \text{ V, } 100 \text{ kVA, } \epsilon_{cc} = 3.5 \%, \epsilon_{Rcc} = 1 \%$$

$$3000/380 \text{ V, } 90 \text{ kVA, } \epsilon_{cc} = 4 \%, \epsilon_{Rcc} = 1.2 \%$$

Los tres transformadores en paralelo alimentan a 380 V una carga que consume 275 kVA con un fdp 0.8 capacitivo. Calcular la tensión necesaria en el primario, y el reparto de potencias aparentes y activas entre los tres transformadores.

D. ¿ Es adecuada la asociación en paralelo del apartado anterior? ¿Por qué?

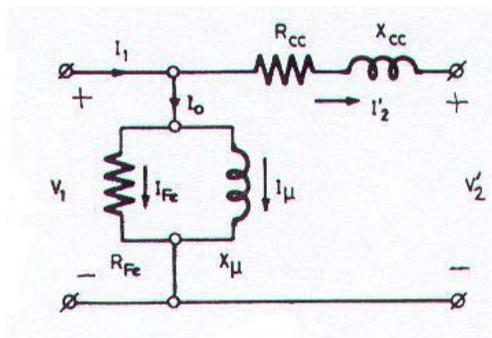
Solución

Notación empleada

E_{1n}	Tensión nominal del primario.
E_{2pc}	Tensión de plena carga del secundario.
E_{2n}	Tensión nominal del secundario.
E_1	Tensión del primario.
E_2	Tensión del secundario.
E'_2	Tensión del secundario referido al primario.
r_1	Relación de transformación.
$P_{0,n}$	Potencia del ensayo de vacío nominal.
R_{cc}	Resistencia de cortocircuito, referida al primario.
X_{cc}	Reactancia de cortocircuito, referida al primario.
S_n	Potencia aparente nominal del transformador.
P_2	Potencia activa entregada por el transformador, en el secundario.
$\cos\varphi_2$	Factor de potencia del secundario del transformador.
P_{FE}	Potencia de pérdidas en el hierro.
P_{cu}	Potencia de pérdidas en el cobre.
η	Rendimiento del transformador.
$I_{2,n}$	Corriente nominal del secundario.
I_2	Corriente que circula por el secundario.
I'_2	Corriente que circula por el secundario referida al primario.
R_{FE}	Resistencia de pérdidas en el hierro.
X_μ	Reactancia de magnetización.
I_{FE}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_μ	Corriente de magnetización.

Apartado A

En este primer apartado del problema se pide calcular la impedancia de cortocircuito del transformador. Como no se dispone de los datos de un ensayo de cortocircuito, hay que buscar otro camino. Se conocen los datos de dos situaciones de carga: tensión del primario y secundario, corriente del secundario y factor de potencia de la carga. En un principio se podría pensar que podemos aplicar la segunda ley de Kirchoff a la malla del secundario del transformador.



Si se emplea el circuito equivalente aproximado referido al primario, las dos ecuaciones que se pueden obtener son:

Situación de carga I:

$$\overline{E_{1,I}} = \overline{E_{2,I}} + (R_{cc} + j \cdot X_{cc}) \cdot \overline{I_{2,I}}$$

Situación de carga II:

$$\overline{E_{1,II}} = \overline{E_{2,II}} + (R_{cc} + j \cdot X_{cc}) \cdot \overline{I_{2,II}}$$

Como son ecuaciones en el dominio fasorial, hay que escoger una de las magnitudes como origen de fases. Debido a que se conoce el factor de potencia de la carga, resulta más sencillo escoger como origen de fases la tensión del secundario E_2' . De esta forma el argumento de las corrientes coincide con el arco coseno de los factores de potencia. Pero el desfase de la tensión del primario del transformador respecto del origen de fases es desconocido en ambas situaciones de carga. Si se separa, en las dos ecuaciones anteriores, la parte real e imaginaria se obtendría un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas: R_{cc} , X_{cc} y los dos desfases de las tensiones del primario en las dos situaciones de carga. La resolución de este sistema de ecuaciones es laboriosa. Pero existe otro camino más sencillo que consiste en emplear la fórmula o aproximación de Kapp:

$$E_1 = E_2' + (R_{cc} \cdot \cos \varphi_2 \pm X_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_2) \cdot I_2'$$

Esta ecuación no es compleja, y no interviene en ella el desfase de la tensión del primario respecto de la tensión del secundario. Si se emplea con los datos de las dos situaciones de carga, se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas: R_{cc} y X_{cc} . Antes de plantear las dos ecuaciones hay que referir los datos del secundario del transformador al primario.

Relación de transformación:

$$r_t = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{3000}{380} = 7,90$$

Tensión del secundario referida al primario en las dos situaciones de carga conocidas:

Situación de carga I:

$$E_{2,I}' = E_{2,I} \cdot r_t = 384 \cdot 7,90 = 3031,58 \quad V$$

Situación de carga II:

$$E_{2,II}' = E_{2,II} \cdot r_t = 377,1 \cdot 7,90 = 2977,11 \quad V$$

Corriente nominal del secundario del transformador referida al primario:

$$S_n = E_{2n} \cdot I_{2n}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{E_{2n}} = 328,95 \text{ A}$$

$$I'_{2n} = \frac{I_{2n}}{r_t} = 41,67 \text{ A}$$

Las dos ecuaciones que se obtienen al aplicar la aproximación de Kapp son las siguientes:

$$3000 = 3031,58 + (R_{cc} \cdot 0,8 - X_{cc} \cdot 0,6) \cdot 41,67$$

$$3000 = 2977,10 + R_{cc} \cdot 41,67$$

No hay que olvidar que la carga en la primera situación es capacitiva. La resolución de este sistema nos proporciona la impedancia interna del transformador:

$$R_{cc} = 0,55 \text{ } \Omega$$

$$X_{cc} = 2 \text{ } \Omega$$

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j \cdot X_{cc} = 0,55 + j \cdot 2 \text{ } \Omega$$

Apartado B

La resolución de este apartado es más sencilla si uno se da cuenta que las dos situaciones de carga conocidas en el enunciado corresponden al funcionamiento del transformador a plena carga.

En la situación primera, el transformador está trabajando a plena carga con factor de potencia capacitivo e igual a 0,8. Como son conocidos todos los datos de funcionamiento hay que hacer pocas operaciones:

Coefficiente de regulación:

$$CR = \frac{E_{20} - E_{2,pc}}{E_{2,pc}} \cdot 100 = \frac{380 - 384}{384} \cdot 100 = -1,04\%$$

Rendimiento del transformador:

- Potencia útil: es la potencia entregada a la carga en el secundario del transformador.

$$P_u = P_2 = E_{2,pc} \cdot I_{2n} \cdot \cos \varphi_2 = 384 \cdot 328,95 \cdot 0,8 = 101,052 \text{ kW}$$

- Potencia consumida: se puede calcular haciendo un balance de potencias al transformador.

$$P_{ab} = P_1 = P_{Fe} + P_{cu} + P_2$$

Como el transformador está alimentado a la misma tensión que el ensayo de vacío, proporcionado en el enunciado, las pérdidas en el hierro coinciden con las de este ensayo. Esto es válido para las tres situaciones en las que hay que calcular el rendimiento:

$$P_{Fe} = P_0 = 1000 \text{ W}$$

Las pérdidas en el cobre equivalen a las que se pierden por efecto Joule en la resistencia de cortocircuito:

$$P_{cu} = R_{cc} \cdot I_{2n}^2 = 0,55 \cdot 328,95^2 = 954 \text{ W}$$

Entonces la potencia consumida es:

$$P_1 = 103,01 \text{ kW}$$

El rendimiento queda entonces:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 98,10\%$$

La segunda situación de carga corresponde a un funcionamiento del transformador a plena carga con fdp unidad en el secundario.

Coefficiente de regulación:

$$CR = \frac{E_{20} - E_{2,pc}}{E_{2,pc}} \cdot 100 = \frac{380 - 377,1}{377,1} \cdot 100 = 0,77\%$$

Rendimiento del transformador:

- Potencia útil: es la potencia entregada a la carga en el secundario del transformador.

$$P_u = P_2 = E_{2,pc} \cdot I_{2n} \cdot \cos \varphi_2 = 377,1 \cdot 328,95 \cdot 1 = 124,046 \text{ kW}$$

- Potencia consumida: se puede calcular haciendo un balance de potencias al transformador.

$$P_{ab} = P_1 = P_{Fe} + P_{cu} + P_2$$

Las pérdidas en el hierro ya han sido calculadas anteriormente.

$$P_{Fe} = P_0 = 1000 \text{ W}$$

Pérdidas en el cobre:

$$P_{cu} = R_{cc} \cdot I_{2n}^2 = 0,55 \cdot 328,95^2 = 954 \text{ W}$$

Entonces la potencia consumida es:

$$P_1 = 126 \text{ kW}$$

El rendimiento queda entonces:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 98,45\%$$

Nos queda una situación por resolver en la que el motor funciona a plena carga con un factor de potencia 0,8 inductivo en el secundario. Los datos correspondientes a este funcionamiento no son proporcionados en el enunciado. Se necesita conocer la tensión de alimentación de la carga. Se puede emplear la aproximación de Kapp para calcularla:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2' + (R_{cc} \cdot \cos \varphi_2 \pm X_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_2) \cdot I_2' \\ 3000 &= E_2' + (0,55 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,6) \cdot 328,95 \\ E_2' &= 2931,78 \text{ V} \\ E_2 &= \frac{E_2'}{r_t} = 371,35 \text{ V} \end{aligned}$$

Coefficiente de regulación:

$$CR = \frac{E_{20} - E_{2,pc}}{E_{2,pc}} \cdot 100 = \frac{380 - 377,35}{377,35} \cdot 100 = 0,70\%$$

Rendimiento del transformador:

- Potencia útil: es la potencia entregada a la carga en el secundario del transformador.

$$P_u = P_2 = E_{2,pc} \cdot I_{2n} \cdot \cos \varphi_2 = 377,1 \cdot 328,95 \cdot 1 = 124,046 \text{ kW}$$

- Potencia consumida: se puede calcular haciendo un balance de potencias al transformador.

$$P_{ab} = P_1 = P_{Fe} + P_{cu} + P_2$$

Las pérdidas en el hierro ya han sido calculadas anteriormente.

$$P_{Fe} = P_0 = 1000 \text{ W}$$

Pérdidas en el cobre:

$$P_{cu} = R_{cc} \cdot I_{2n}^2 = 0,55 \cdot 328,95^2 = 954 \text{ W}$$

Entonces la potencia consumida es:

$$P_1 = 126 \text{ kW}$$

El rendimiento queda entonces:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 98,45\%$$

Apartado C

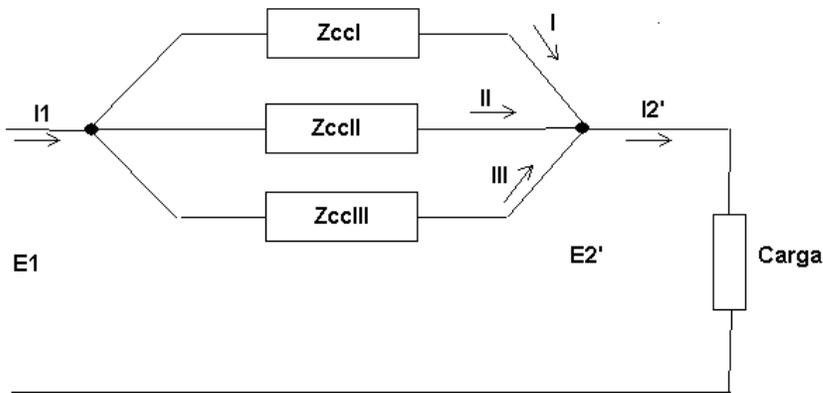
El transformador del apartado anterior se conecta en paralelo con otros dos transformadores. Cada uno de ellos va a ser referido como transformador I, II y III respectivamente.

Transformador I: 3000/380 125 kVA $Z_{cc} = 0,55 + j 2 \Omega$

Transformador II: 3000/380 100 kVA $\epsilon_{cc} = 3,5 \%$; $\epsilon_{Rcc} = 1 \%$

Transformador III: 3000/380 90 kVA $\epsilon_{cc} = 4 \%$; $\epsilon_{Rcc} = 1,2 \%$

Se desprecia la rama en paralelo de cada transformador. El circuito equivalente de la asociación en paralelo de los tres transformadores, referido al primario, es el siguiente:



No se conoce la impedancia interna de los transformadores II y III, pero es posible calcularla a partir de los datos proporcionados.

Transformador II:

$$S_{n,II} = E_{1n} \cdot I_{1n,II}$$

$$I_{1n,II} = \frac{S_{n,II}}{E_{1n}} = 33,33 \text{ A}$$

$$\varepsilon_{cc,II} = \frac{Z_{cc,II} \cdot I_{1n,II}}{E_{1n}} \cdot 100$$

$$Z_{cc,II} = \frac{\varepsilon_{cc,II} \cdot E_{1n}}{I_{1n,II} \cdot 100} = 3,15 \quad \Omega$$

$$\varepsilon_{Rcc,II} = \frac{R_{cc,II} \cdot I_{1n,II}}{E_{1n}} \cdot 100$$

$$R_{cc,II} = \frac{\varepsilon_{Rcc,II} \cdot E_{1n}}{I_{1n,II} \cdot 100} = 0,9 \quad \Omega$$

$$X_{cc,II} = \sqrt{Z_{cc,II}^2 - R_{cc,II}^2} = 3,02 \quad \Omega$$

$$\overline{Z_{cc,II}} = 0,9 + j \cdot 3,02 \quad \Omega$$

Transformador III:

$$S_{n,III} = E_{1n} \cdot I_{1n,III}$$

$$I_{1n,III} = \frac{S_{n,III}}{E_{1n}} = 30 \quad A$$

$$\varepsilon_{cc,III} = \frac{Z_{cc,III} \cdot I_{1n,III}}{E_{1n}} \cdot 100$$

$$Z_{cc,III} = \frac{\varepsilon_{cc,III} \cdot E_{1n}}{I_{1n,III} \cdot 100} = 4 \quad \Omega$$

$$\varepsilon_{Rcc,III} = \frac{R_{cc,III} \cdot I_{1n,III}}{E_{1n}} \cdot 100$$

$$R_{cc,III} = \frac{\varepsilon_{Rcc,III} \cdot E_{1n}}{I_{1n,III} \cdot 100} = 1,2 \quad \Omega$$

$$X_{cc,III} = \sqrt{Z_{cc,III}^2 - R_{cc,III}^2} = 3,82 \quad \Omega$$

$$\overline{Z_{cc,III}} = 1,2 + j \cdot 3,82 \quad \Omega$$

No hay que olvidar que se va a trabajar con el circuito equivalente referido al primario. Conocemos las características de la carga, referidas al devanado secundario. Por lo tanto, lo primero que hay que hacer es referirlas al primario.

$$E_2 = 380 \text{ V}$$

$$E_2' = E_2 \cdot r_1 = 3000 \text{ V}$$

En adelante se tomará la tensión E_2' como origen de fases.

$$\overline{E_2'} = 3000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Se puede calcular la corriente que demanda la carga, que es la que proporciona el conjunto de los tres transformadores en paralelo:

$$\overline{S_c} = \overline{E_2} \cdot \overline{I_2}^* = \overline{E_2'} \cdot \overline{I_2}'^*$$

$$\overline{I_2}' = \left(\frac{\overline{S_c}}{\overline{E_2'}} \right)^* = 96,67 \angle +36,87^\circ \text{ A}$$

Primero se va a calcular la tensión necesaria en el primario de los tres transformadores para cumplir las condiciones de alimentación de la carga. Para ello es necesario determinar la impedancia equivalente de la asociación en paralelo de las impedancias internas de los tres transformadores:

$$\frac{1}{\overline{Z_{eq}}} = \frac{1}{\overline{Z_{cc,I}}} + \frac{1}{\overline{Z_{cc,II}}} + \frac{1}{\overline{Z_{cc,III}}}$$

$$\overline{Z_{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{Z_{cc,I}}} + \frac{1}{\overline{Z_{cc,II}}} + \frac{1}{\overline{Z_{cc,III}}}} = 0,95 \angle 73,76^\circ \text{ } \Omega$$

La tensión necesaria en el primario será:

$$\overline{E_1} = \overline{E_2'} + \overline{Z_{eq}} \cdot \overline{I_2}'$$

$$\overline{E_1} = 2970,35 \angle 1,58^\circ \text{ V}$$

La tensión en el primario es menor que 3000 voltios porque la carga es capacitiva. Para determinar la potencia que proporciona cada uno de los tres transformadores, voy a calcular primero la corriente que suministra cada uno de ellos a la carga. La caída de tensión en la impedancia interna tiene que ser igual en cada uno de los tres transformadores, y en la impedancia equivalente. Como se conoce la corriente total consumida por la carga, se puede calcular la corriente que aporta cada transformador empleando la condición anterior.

$$\begin{aligned}\overline{Z_{eq}} \cdot \overline{I_2} &= \overline{Z_{cc,I}} \cdot \overline{I_{2,I}} = \overline{Z_{cc,II}} \cdot \overline{I_{2,II}} = \overline{Z_{cc,III}} \cdot \overline{I_{2,III}} \\ \overline{I_{2,I}} &= \frac{\overline{Z_{eq}} \cdot \overline{I_2}}{\overline{Z_{cc,I}}} = 42,11 \angle 36^0 \quad A \\ \overline{I_{2,II}} &= \frac{\overline{Z_{eq}} \cdot \overline{I_2}}{\overline{Z_{cc,II}}} = 27,73 \angle 37,24^0 \quad A \\ \overline{I_{2,III}} &= \frac{\overline{Z_{eq}} \cdot \overline{I_2}}{\overline{Z_{cc,III}}} = 21,84 \angle 38,1^0 \quad A\end{aligned}$$

Una vez conocidas estas corrientes es sencillo determinar la potencia aparente de cada transformador, y su potencia activa de salida.

$$\begin{aligned}\overline{S_I} &= \overline{E_2} \cdot \overline{I_{2,I}}^* = 126336,52 \angle -36^0 \quad VA \\ \overline{S_{II}} &= \overline{E_2} \cdot \overline{I_{2,II}}^* = 83185,88 \angle -37,24^0 \quad VA \\ \overline{S_{III}} &= \overline{E_2} \cdot \overline{I_{2,III}}^* = 65508,88 \angle -38,1^0 \quad VA\end{aligned}$$

La potencia activa de salida de cada transformador es la parte real de las potencias aparentes calculadas:

$$\begin{aligned}P_I &= \text{Re}(\overline{S_I}) = 102213,61 \quad W \\ P_{II} &= \text{Re}(\overline{S_{II}}) = 66229,05 \quad W \\ P_{III} &= \text{Re}(\overline{S_{III}}) = 51557,34 \quad W\end{aligned}$$

Apartado D

La asociación en paralelo de transformadores se dice que es adecuada, cuando la potencia de la carga se reparte entre ellos de forma proporcional a sus potencias nominales. En este problema en concreto tenemos tres alternativas para determinar si la asociación en paralelo es adecuada o no.

Para que los transformadores se repartan la carga de forma proporcional a sus potencias nominales se tiene que cumplir que las tensiones de cortocircuito relativas sean iguales. Conocemos la ϵ_{cc} de los transformadores II y III. No hace falta calcular la del transformador I porque las dos conocidas son diferentes. Esto ya nos permite afirmar que esta asociación en paralelo no es adecuada.

Con los datos de las potencias aparentes que suministra cada transformador, vemos que el transformador I está trabajando sobrecargado, es decir, está trabajando por encima de sus condiciones nominales. Por esta razón se puede afirmar que la asociación en paralelo propuesta no funcionará correctamente.

Otra alternativa, parecida a la anterior, consiste en calcular el índice de carga de cada transformador:

$$C_I = \frac{S_I}{S_{n,I}} = 1,01$$

$$C_{II} = \frac{S_I}{S_{n,II}} = 0,83$$

$$C_{III} = \frac{S_{III}}{S_{n,III}} = 0,73$$

Se puede observar que el primer transformador tiene un índice de carga superior a uno, es decir, está trabajando sobrecargado. Por la misma razón que antes se llega a la misma conclusión.

PROBLEMA 5

Se prueba un transformador monofásico de 15kVA, 2300/230V para determinar sus componentes del circuito equivalente aproximado. Los siguientes datos fueron obtenidos de las pruebas en el lado primario del transformador:

- Ensayo de vacío: 1500 V, 0.14 A, 21,4 W.
- Ensayo de cortocircuito: 31.3 V, 4 A, 71.2 W.

Determinar:

- a) Parámetros del circuito equivalente del transformador referidos al primario.
- b) Rendimiento del transformador a plena carga si el factor de potencia en el secundario es de 0.8 en atraso.
- c) Coeficiente de regulación en las condiciones del apartado anterior.

Solución

Notación empleada

P_0	Potencia activa del ensayo de vacío.
P_{Fe}	Potencia de pérdidas en el hierro.
$P_{Fe,pc}$	Potencia de pérdidas en el hierro a plena carga.
P_{cc}	Potencia del ensayo de cortocircuito.
$P_{cc,pc}$	Potencia de pérdidas por efecto Joule a plena carga.
P_u	Potencia útil.
P_1	Potencia consumida
R_{Fe}	Resistencia equivalente de las pérdidas en el hierro.
X_μ	Reactancia de magnetización.
R_{cc}	Resistencia equivalente serie o de cortocircuito referida al primario.
X_{cc}	Reactancia equivalente serie o de cortocircuito referida al primario.
U_0	Tensión de alimentación del ensayo de vacío.
I_0	Corriente del ensayo de vacío.
I_{Fe}	Corriente de pérdidas en el hierro.
I_μ	Corriente de magnetización.
U_{cc}	Tensión de alimentación del ensayo de cortocircuito.
I_{cc}	Corriente del ensayo de cortocircuito.
$\cos\phi_{cc}$	Factor de potencia del ensayo de cortocircuito.
U_{1n}	Tensión nominal del devanado primario.
U_{2n}'	Tensión nominal del devanado secundario referido al primario.
U_{2pc}'	Tensión del devanado secundario referido al primario en condiciones de plena carga.
U_{2pc}	Tensión del devanado secundario en condiciones de plena carga.
U_{20}	Tensión de vacío del devanado secundario.
I_{2pc}'	Corriente del secundario en condiciones de plena carga.
I_{2n}'	Corriente nominal del devanado secundario referida al primario.
η_{pc}	Rendimiento en condiciones de plena carga.
CR	Coefficiente de regulación.

Apartado A

Para determinar los parámetros del circuito equivalente del transformador es necesario emplear los datos de los ensayos de vacío y cortocircuito proporcionados en el enunciado del problema. Es muy sencillo comprobar que dichos ensayos no son nominales. Esto es debido a que la tensión de alimentación del ensayo de vacío y la corriente del ensayo de cortocircuito no coinciden con la magnitud nominal correspondiente al devanado donde se realiza el ensayo.

Resistencia de pérdidas en el hierro.

$$P_0 = \frac{U_0^2}{R_{Fe}}$$
$$R_{Fe} = \frac{U_0^2}{P_0} = \frac{(1500 V)^2}{21,4 W} =$$
$$R_{Fe} = 105,14 k\Omega$$

Componentes de la corriente de vacío.

$$I_{Fe} = \frac{U_0}{R_{Fe}}$$
$$I_{Fe} = 0,0143 A$$
$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}$$
$$I_{\mu} = \sqrt{0,14^2 - 0,0143^2}$$
$$I_{\mu} = 0,1393 A$$

Reactancia de magnetización.

$$X_{\mu} = \frac{U_0}{I_{\mu}}$$
$$X_{\mu} = \frac{1500 V}{0,1393 A}$$
$$X_{\mu} = 10,77 k\Omega$$

Factor de potencia del ensayo de cortocircuito.

$$P_{cc} = U_{cc} \cdot I_{cc} \cdot \cos(\varphi_{cc})$$

$$\cos(\varphi_{cc}) = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{cc}}$$

$$\cos(\varphi_{cc}) = \frac{71,2 \text{ W}}{31,3 \text{ V} \cdot 4 \text{ A}}$$

$$\cos(\varphi_{cc}) = 0,5687$$

Impedancia de cortocircuito. Se toma la tensión de alimentación del ensayo como origen de fases.

$$\bar{Z}_{cc} = \frac{\bar{U}_{cc}}{\bar{I}_{cc}} = \frac{U_{cc} \angle 0^{\circ}}{I_{cc} \angle -\varphi_{cc}}$$

$$\bar{Z}_{cc} = \frac{31,3 \angle 0^{\circ} \text{ V}}{4 \angle -55,34^{\circ} \text{ A}}$$

$$\bar{Z}_{cc} = 7,83 \angle 55,34^{\circ} \Omega$$

Resistencia y reactancia de cortocircuito.

$$R_{cc} = \text{Re}(\bar{Z}_{cc}) = 4,45 \Omega$$

$$X_{cc} = \text{Im}(\bar{Z}_{cc}) = 6,44 \Omega$$

Como los datos de los dos ensayos han sido registrados en el primario del transformador, los parámetros calculados están referidos a ese mismo devanado.

Apartado B

Las condiciones de plena carga que vamos a considerar son las siguientes:

- Tensión nominal de alimentación en el primario.
- Corriente nominal en el secundario del transformador.

Con estas condiciones de operación la tensión en el secundario del transformador, que es la de alimentación de la carga es desconocida. Las siguientes operaciones van encaminadas a su cálculo. Se tomará la tensión de alimentación del transformador en su devanado primario como origen de fases, y se va a trabajar con todas las variables referidas a su devanado primario.

Corriente nominal del devanado secundario referida al primario.

$$I'_{2n} = \frac{S_n}{U'_{2n}} = \frac{S_n}{U_{1n}}$$

$$I'_{2n} = \frac{15000 \text{ VA}}{2300 \text{ V}}$$

$$I'_{2n} = 6,52 \text{ A}$$

Utilizando la aproximación de Kapp se puede determinar la tensión del secundario referida al primario.

$$U_{1n} = U'_2 + (R_{cc} \cdot \cos(\varphi_2) + X_{cc} \cdot \text{sen}(\varphi_2)) \cdot I'_{2n}$$

$$U'_2 = U_{1n} - (R_{cc} \cdot \cos(\varphi_2) + X_{cc} \cdot \text{sen}(\varphi_2)) \cdot I'_{2n}$$

$$U'_2 = 2300 \text{ V} - (4,45 \Omega \cdot 0,8 + 6,44 \Omega \cdot 0,6) \cdot 6,52 \text{ A}$$

$$U'_2 = 2251,6 \text{ V}$$

La potencia útil que está entregando el transformador a la carga es la siguiente:

$$P_u = U'_2 \cdot I'_{2n} \cdot \cos(\varphi_2)$$

$$P_u = 2251,6 \cdot 6,52 \cdot 0,8$$

$$P_u = 11747,46 \text{ W}$$

Para determinar el rendimiento queda por calcular la potencia consumida por el transformador. Ésta será igual a la potencia entregada a la carga más las pérdidas en el hierro y por efecto Joule. Si los dos ensayos realizados al transformador hubiesen sido los nominales, las potencias medidas en los mismos habrían coincidido con las pérdidas en condiciones de plena carga. Como no se da esta circunstancia es necesario calcularlas.

Pérdidas en el hierro.

$$P_{Fe,pc} = \frac{U_{1n}^2}{R_{Fe}}$$

$$P_{Fe,pc} = \frac{2300^2}{105,14 \cdot 10^3}$$

$$P_{Fe,pc} = 50,31 \text{ W}$$

Pérdidas por efecto Joule.

$$P_{cc,pc} = R_{cc} \cdot (I'_{2n})^2$$

$$P_{cc,pc} = 4,45 \cdot 6,52^2$$

$$P_{cc,pc} = 189,17 \text{ W}$$

Potencia consumida.

$$P_1 = P_u + P_{Fe,pc} + P_{cc,pc}$$

$$P_1 = 11747,45 + 50,31 + 189,15$$

$$P_1 = 11986,94 \text{ W}$$

Rendimiento a plena carga con factor de potencia 0,8 en atraso.

$$\eta_{pc} = \frac{P_u}{P_1} \cdot 100 = 98 \%$$

Apartado C

Coefficiente de regulación.

$$CR = \frac{U_{20} - U_{2,pc}}{U_{2,pc}} \cdot 100$$

$$CR = \frac{U_{1n} - U'_{2,pc}}{U'_{2,pc}} \cdot 100$$

$$CR = \frac{2300 - 2251,6}{2251,6} \cdot 100$$

$$CR = 2,15 \%$$

PROBLEMA 6

De un transformador monofásico se conocen los siguientes datos:

- Potencia nominal: 250 kVA.
- Relación de transformación: 15000/250V.
- Resistencia de cortocircuito referida al primario: 18Ω .
- Reactancia de cortocircuito referida al primario: $31,17 \Omega$.

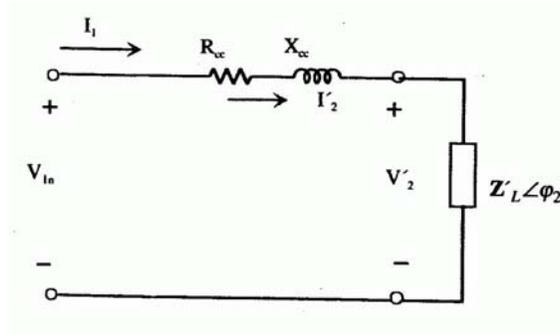
El transformador está alimentado a su tensión nominal por el primario y trabaja a plena carga. En estas condiciones de trabajo, calcular la tensión en el secundario del transformador en los dos casos siguientes:

- a) Factor de potencia 0,8 en adelanto.
- b) Factor de potencia 0,8 en retraso.

En los dos casos hay que razonar si los resultados obtenidos son lógicos.

Solución

Este problema, como se verá a continuación, es extremadamente sencillo. El circuito equivalente del transformador queda reducido a su impedancia interna. No se ofrecen los parámetros de la rama en paralelo, ni tampoco datos para determinarlos. Por esta razón, la rama en paralelo del circuito equivalente aproximado del transformador se desprecia. El circuito equivalente referido al primario es, despreciando esa rama, el siguiente:



Circuito eléctrico equivalente aproximado de un transformador monofásico.

En los dos apartados se nos pide la tensión en el secundario del transformador funcionando a plena carga con distintos factores de potencia. Las condiciones de plena carga están especificadas en el enunciado, por lo que no tiene que surgir ninguna duda al respecto:

$$E_1 = E_{1n}$$

$$I_2 = I_{2n}$$

La tensión nominal del primario del transformador es un dato directo del problema y tiene el siguiente valor: 15000 V. La corriente nominal del secundario es necesario calcularla:

$$S_n = E_{2n} \cdot I_{2n}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{E_{2n}} = \frac{250 \text{ kVA}}{250 \text{ V}}$$

$$I_{2n} = 1000 \text{ A}$$

La impedancia de cortocircuito está referida al primario del transformador. Se va a trabajar con el circuito eléctrico equivalente referido a este devanado. La corriente calculada anteriormente debe ser referida al primario.

$$r_t = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{15000}{250} = 60$$

$$I'_{2n} = \frac{I_{2n}}{r_t} = 16,67 \text{ A}$$

La tensión en el devanado secundario puede calcularse de dos formas: empleando la aproximación de Kapp, o empleando fasores. En el apartado A se va a emplear el primer método y en el apartado B el segundo.

Apartado A

El factor de potencia vale en este caso 0,8 en adelanto o capacitivo. La expresión de Kapp, con las variables referidas al primario y para una carga capacitiva tiene la siguiente expresión:

$$E_1 = E'_2 + (R_{cc} \cdot \cos \varphi_2 + X_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_2) \cdot I'_2$$

$$E'_2 = E_1 - (R_{cc} \cdot \cos \varphi_2 + X_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_2) \cdot I'_2$$

Si se sustituyen los valores de las variables conocidos se obtiene la siguiente tensión para el secundario del transformador:

$$E'_2 = E_{1n} - (R_{cc} \cdot \cos \varphi_2 - X_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_2) \cdot I'_{2n}$$

$$E'_2 = 15000 - (18 \cdot 0,8 - 31,17 \cdot 0,6) \cdot 16,17$$

$$E'_2 = 15071,71 \text{ V}$$

$$E_2 = \frac{E'_2}{r_t} = 251,20 \text{ V}$$

La tensión en el secundario obtenida es mayor que la tensión nominal de ese mismo devanado. Esto es posible cuando la carga es capacitiva. Se puede demostrar fácilmente que esto es posible dibujando el diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado del transformador.



Diagrama fasorial de un transformador monofásico con carga capacitiva.

Apartado B

La tensión en el secundario se va a calcular ahora empleando fasores. La caída de tensión en el transformador será:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 + (R_{cc} + j \cdot X_{cc}) \cdot \vec{I}_2$$

Uno de los fasores debe establecerse como origen de fases. En el secundario del transformador se conoce el factor de potencia, es decir, el ángulo entre la tensión y la corriente. Por lo tanto, parece lógico escoger como origen de fases la tensión en el secundario del transformador. La corriente en el secundario retrasaría un ángulo conocido respecto al origen de fases. El argumento del fasor $E1$ es desconocido. Podemos suponer que adelanta un ángulo ε respecto al origen.

$$\begin{aligned}\vec{E}_2 &= E_2 \angle 0^\circ \\ \vec{I}_2 &= I_{2n} \angle -36,87^\circ \\ \vec{E}_1 &= E_{1n} \angle \varepsilon\end{aligned}$$

En la ecuación de la caída de tensión vamos a tener ahora dos incógnitas: el módulo de la tensión en el secundario, y el ángulo ε , desfase entre las dos tensiones. No hay que olvidar que esa ecuación es compleja. Se puede separar la parte real y la imaginaria. De esta forma obtenemos un sistema de dos ecuaciones y las dos incógnitas antes mencionadas. Su resolución nos proporcionará los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}15000 \angle \varepsilon &= E_2' \angle 0^\circ + (18 + j \cdot 31,17) \cdot 16,17 \angle -36,87^\circ \\ \varepsilon &= 0,90^\circ \\ E_2' &= 14448,19 \text{ V} \\ E_2 &= 240,80 \text{ V}\end{aligned}$$

El resultado obtenido es razonable, puesto que cuando la carga es de tipo inductivo la tensión en el secundario siempre es inferior a la nominal. Esto se puede demostrar, al igual que en el apartado anterior, dibujando el diagrama fasorial.

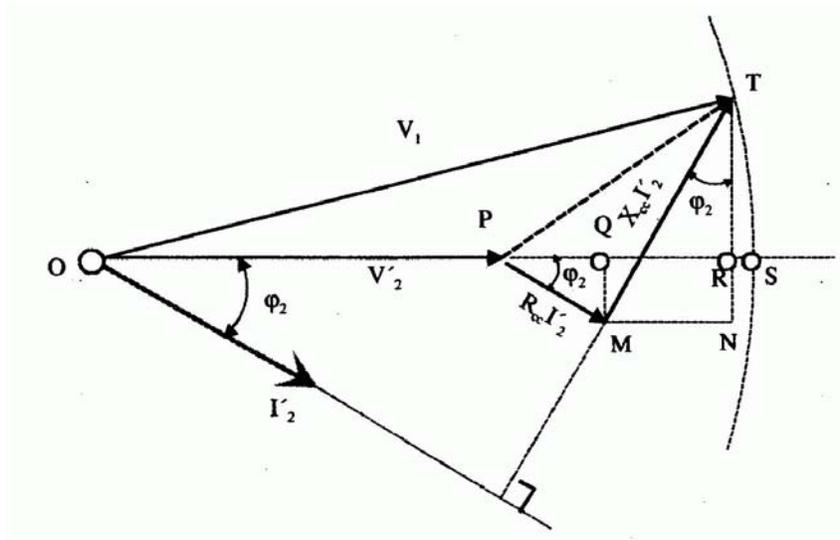


Diagrama fasorial de un transformador monofásico con carga inductiva.

PROBLEMA 6

Un transformador trifásico de 50 MVA, 380 kV/ 60 kV (tensiones compuestas), conexión Yy0, ha sido sometido a un ensayo de cortocircuito, alimentado por el lado de B.T. Las medidas fueron las siguientes:

$$V_{2cc} = 4,2 \text{ kV de línea}; I_{2cc} = 420,5 \text{ A}; P_{cc} (\text{total}) = 184 \text{ kW}.$$

El transformador está conectado a una red de 370 kV de tensión compuesta, 50 Hz, a través de una línea trifásica de 50 Km. de longitud, de resistencia despreciable y reactancia 0,4 ohmios por kilómetro. El transformador alimenta por su secundario una carga trifásica equilibrada conectada en triángulo constituida por una resistencia de 220 ohmios en serie con un condensador de 15 microfaradios. Calcular:

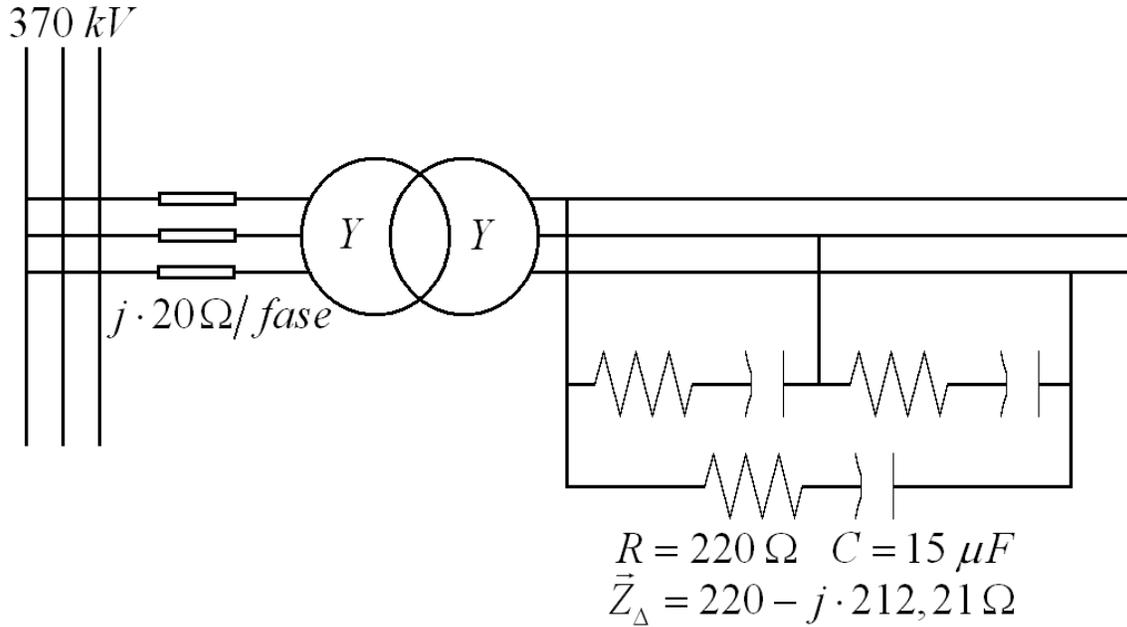
- 1) Tensión secundaria de línea V_2 .
- 2) Corriente secundaria I_2 .
- 3) Rendimiento del transformador en esas condiciones si las pérdidas en el hierro son de 150 kW.

Notación empleada:

R	Resistencia por fase de la carga en conexión triángulo
C	Capacidad por fase de la carga en conexión triángulo
\vec{Z}_{Δ}	Impedancia por fase de la carga en conexión triángulo
\vec{Z}_Y	Impedancia por fase de la carga en conexión estrella
$\vec{Z}_{Y,1}$	Impedancia por fase de la carga en conexión estrella referida al primario del transformador
ω	Frecuencia angular de la red
P_{cc}	Potencia activa consumida por el transformador en el ensayo de cortocircuito
$U_{cc,2,f}$	Valor de fase de la tensión del ensayo de cortocircuito referida al primario
$I_{cc,2,f}$	Valor de fase de la corriente del ensayo de cortocircuito referida al primario
$\cos(\varphi_{cc})$	Factor de potencia del ensayo de cortocircuito
$R_{cc,2} R_{cc,1}$	Resistencia de cortocircuito referida al secundario y al primario respectivamente
$X_{cc,2} X_{cc,1}$	Reactancia de cortocircuito referida al secundario y al primario respectivamente
r_t	Relación de transformación
$U_{1n,f} U_{2n,f}$	Tensiones nominales (valores de fase)
$\vec{U}_{red,f}$	Valor de fase de la tensión de red
$\vec{U}_{2,1,f}$	Valor de fase de la tensión de la carga referida al primario del transformador
$\vec{U}_{2,l}$	Valor de línea de la tensión de la carga
\vec{I}_2	Corriente de alimentación de la carga
$\vec{I}_{2,1}$	Corriente de alimentación de la carga referida al primario del transformador
\vec{I}_1	Corriente de alimentación del transformador
\vec{Z}_{hilo}	Impedancia del hilo del conexión del transformador a la red
η	Rendimiento del transformador
$P_1 P_2$	Potencia consumida y entregada por el transformador a la carga
$P_{Fe} P_{Joule}$	Pérdidas en el hierro y por efecto Joule en el transformador
\vec{S}_2	Potencia aparente consumida por la carga

Solución:

El esquema propuesto es el siguiente:



La tensión se mantiene constante al principio de la línea de alimentación del transformador. La línea no tiene impedancia despreciable. La carga que alimenta el transformador está conectada en triángulo. Para poder trabajar con el circuito monofásico equivalente es necesario transformar la conexión de la carga a estrella. Cada rama de la carga en triángulo está formada por la conexión serie de una resistencia y de un condensador:

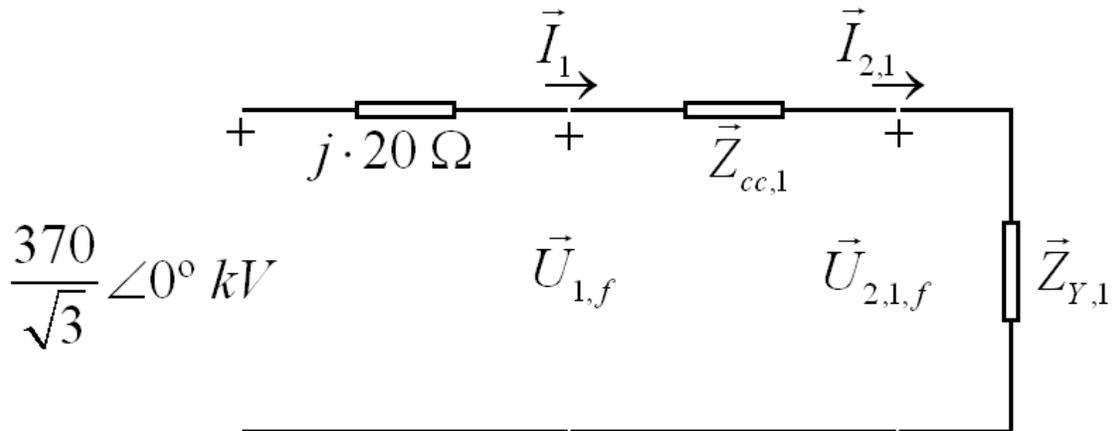
$$\vec{Z}_{\Delta} = R - \frac{j}{\omega \cdot C} = 220 - \frac{j}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 220 - j \cdot 212,21 \Omega$$

Transformamos la carga en triángulo a una configuración en estrella. La impedancia por fase para la conexión en estrella será la siguiente, teniendo en cuenta que la carga es equilibrada:

$$\vec{Z}_Y = \frac{\vec{Z}_{\Delta}}{3} = 73,33 - j \cdot 70,74 \frac{\Omega}{\text{fase}}$$

Apartado a

Para resolver el problema emplearemos el circuito equivalente por fase del circuito. Representado en la siguiente figura.



En el circuito eléctrico equivalente del transformador se ha despreciado la rama en paralelo, y todas las magnitudes están referenciadas al primario del transformador. La impedancia interna del transformador se obtiene a partir de los datos correspondientes al ensayo de cortocircuito. En dicho ensayo se cortocircuitó el primario del transformador y se tomaron medidas en el secundario. La impedancia interna o de cortocircuito del transformador sería la siguiente:

$$P_{cc} = 3 \cdot U_{cc,2,f} \cdot I_{cc,2,f} \cdot \cos(\varphi_{cc})$$

$$\cos(\varphi_{cc}) = \frac{P_{cc}}{3 \cdot U_{cc,2,f} \cdot I_{cc,2,f}}$$

$$\cos(\varphi_{cc}) = \frac{184000}{3 \cdot \frac{4200}{\sqrt{3}} \cdot 420,5} = 0,0602; \quad \text{sen}(\varphi_{cc}) = 0,9982$$

$$R_{cc,2} = \frac{U_{cc,2,f}}{I_{cc,2,f}} \cdot \cos(\varphi_{cc}) = 0,3469 \frac{\Omega}{\text{fase}}$$

$$X_{cc,2} = \frac{U_{cc,2,f}}{I_{cc,2,f}} \cdot \text{sen}(\varphi_{cc}) = 5,7562 \frac{\Omega}{\text{fase}}$$

Como vamos a trabajar con el circuito eléctrico equivalente referido al primario del transformador, es necesario que la impedancia interna del mismo esté referida a ese mismo devanado.

$$r_t = \frac{U_{1n,f}}{U_{2n,f}} = \frac{380000/\sqrt{3}}{60000/\sqrt{3}} = 6,3333$$

$$R_{cc,1} = R_{cc,2} \cdot r_t^2 = 13,9133 \Omega / \text{fase}$$

$$X_{cc,1} = X_{cc,2} \cdot r_t^2 = 230,8874 \Omega / \text{fase}$$

También es necesario referir al primario del transformador la impedancia de la carga.

$$\vec{Z}_{Y,1} = \vec{Z}_Y \cdot r_t^2 = 2941,4815 - j \cdot 2837,2807 \Omega$$

Ahora se conocen todas las impedancias del circuito eléctrico equivalente del problema. Además la tensión de fase en la línea es un dato del problema. Tomamos como origen de fases esta tensión.

$$\vec{U}_{red,f} = \frac{370000}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ V$$

Para obtener la corriente que circula por el circuito sólo hay que utilizar la 2 ley de Kirchoff en el circuito eléctrico equivalente:

$$\begin{aligned} \vec{U}_{red,f} &= (\vec{Z}_{hilo} + \vec{Z}_{cc,1} + \vec{Z}_{Y,1}) \cdot \vec{I}_1 \\ \vec{I}_1 &= \frac{\vec{U}_{red,f}}{\vec{Z}_{hilo} + \vec{Z}_{cc,1} + \vec{Z}_{Y,1}} \\ \vec{I}_1 &= \frac{\frac{370000}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{20 \cdot j + 13,9133 + j \cdot 230,8874 + 2941,4815 - j \cdot 2837,2807} \\ \vec{I}_1 &= 54,3933 \angle 41,1906^\circ A \end{aligned}$$

La tensión en el secundario del transformador será la siguiente:

$$\vec{U}_{2,1,f} = \vec{U}_{red,f} - (\vec{Z}_{hilo} + \vec{Z}_{cc,1}) \cdot \vec{I}_1 = \vec{Z}_{Y,1} \cdot \vec{I}_1 = 222298,2177 \angle -2,7764^\circ V$$

Esta tensión está referida al primario del transformador. Primero la referimos a su propio devanado y luego la multiplicamos por $\sqrt{3}$ para obtener el valor de línea que hay que proporcionar.

$$U_{2,f} = \frac{U_{2,1,f}}{r_t} = 35099,7186 V$$

$$U_{2,l} = U_{2,f} \cdot \sqrt{3} = 60794,4959 V$$

Apartado b

En el apartado anterior ya se ha calculado la corriente que circula por el secundario del transformador pero referida al primario. Como la conexión es en estrella, la corriente de línea y de fase coinciden.

$$I_2 = I_{2,1} \cdot r_t = I_1 \cdot r_t = 344,49 A$$

Apartado c

El rendimiento del transformador es la relación entre la potencia activa consumida por la carga y la potencia activa consumida por el transformador.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100$$

La potencia activa consumida por la carga es la parte real de la potencia aparente entregada por el transformador:

$$\vec{S}_2 = 3 \cdot \vec{U}_{2,1,f} \cdot \vec{I}_{2,1}^* = 28422561,42 + j \cdot 22538938,19 \text{ VA}$$

$$P_2 = \text{Re}(\vec{S}_2) = 28422561,42 \text{ W}$$

Para obtener la potencia activa consumida por el transformador es necesario realizar un balance de potencias al mismo. No se puede emplear la expresión anterior, porque no estaríamos incluyendo las pérdidas en el hierro.

$$P_1 = P_2 + P_{\text{joule}} + P_{Fe}$$

$$P_{\text{joule}} = 3 \cdot R_{cc,1} \cdot I_1^2 = 123492,96 \text{ W}$$

$$P_{Fe} = 150000 \text{ W}$$

$$P_1 = 28696054,38 \text{ W}$$

El rendimiento del transformador en estas condiciones de carga será el siguiente:

$$\eta = 99,05 \%$$

Soluciones

Problemas seleccionados

TRANSFORMADORES

1. a) 10,31 A; 0,97 en retraso; b) 12,23 A; 0,41 en retraso.
2. a) Transformador 1: 2,18%; 3,62%; -0,14%. Transformador 2: 2,26%; 3,66%; -0,03%
- c) El funcionamiento en paralelo de los dos transformadores es correcto: $S_1 = 14,99 \angle 0,65^\circ$ kVA; $S_2 = 10 \angle -0,97^\circ$ kVA
3. $I_1 = 75,76 \angle -45^\circ$ A; $I_2 = 75,76 \angle -28,74^\circ$ A; $S_1 = 53,57 + j53,57$ kVA; $S_2 = 66,43 + j36,43$ kVA.
4. a) $R_{Fe} = 100$ k Ω ; $X_\mu = 11,85$ k Ω ; $R_{cc} = 16$ Ω ; $X_{cc} = 39,91$ Ω ; $Z_{cc} = 43 \angle 68,16^\circ$ Ω .
- b) 96,93 %. c) 8,12 A. d) 116,68 V.
5. a) 98,5%; b) 94,43 %; c) 97,98 %.
6. a) $R_{Fe} = 44$ k Ω ; $X_\mu = 2202,76$ k Ω ; $R_{cc} = 8,5$ Ω ; $X_{cc} = 18,10$ Ω ; $Z_{cc} = 20 \angle 64,85^\circ$ Ω .
- b) C.R. = 10,66 %; $\eta = 93,47$ %. c) $S_{\eta_{Max}} = 7914,25$ VA; $\eta_{Max} = 96,64$ %.
7. a) No se cumplen las condiciones; b) Si. El segundo; c) $S_I = 29,05 + j23,52$ kVA; $S_{II} = 18,95 + j12,48$ kVA.
8. a) $R_{cc} = 20,91$ Ω ; $X_{cc} = 33,63$ Ω ; $R_{Fe} = 43,56$ k Ω ; $X_\mu = 8,05$ k Ω .
- b) $U_2 = 366,85$ V. c) $U_2 = 364,39$ V; $\eta = 94,5$ %.
13. a) $Z_{cc}^A = 2,30 + j11,87$ Ω ; $Z_{cc}^B = 2,20 + j10,05$ Ω ; b) $I_A = 310,54$ A; $I_B = 365,19$ A. (Referidas al secundario); c) $U_1 = 6022,62$ V; d) $S_A = 91 + j70,14$ kVA; $S_B = 109 + j79,86$ kVA; e) $\eta_A = 98,60$ %; $\eta_B = 98,48$ %.
14. a) $I_{1n} = 2$ A; $I_{2n} = 78,94$ A. b) $I_{0,1} = 0,08$ A; $I_{0,2} = 3,16$ A. c) 49,473. d) 66,6 A; 2631 A. e) 99,25%; 99,29 %. f) 99,07 %; 99,11 %. g) 0,71. h) 0,5 %; 2,95 %. i) 1,94 %; 1,45 %.
15. a) 3000 W; 1350 W; b) 96,39 %; 97,09 %; c) 96,74 %; 97,37 %; d) 60,3 kVA; e) 97,42 %.
16. C.R. = 7,52 %.
17. a) 435,62 kVA; b) 89,3 kVA; 346,4 kVA.
19. a) $S_1 = 75,31 \angle 33,87^\circ$ kVA; $S_2 = 25,10 \angle 45,91^\circ$ kVA; $P_1 = 62,53$ kW; $P_2 = 17,47$ kW.
- b) $P_{max} = 133,33$ kW.
21. a) 19,82 A; f.d.p._A = 0,586 inductivo; f.d.p._B = 0,94 inductivo; b) 38,36 %; 61,5 %; c) No ...

MÁQUINAS ELÉCTRICAS

22. a) $R_{cc} = 5,4 \Omega$; $X_{cc} = 7,2 \Omega$. b) $U_1 = 3360,72 \text{ V}$; $\eta = 95 \%$. c) $U_{\text{Bombeo}} = 356,3 \text{ V}$; C.R. = 6,66 %.
23. a) 217,39 A; 2173,9 A; b) $0,00316 \angle 71,56^\circ \Omega$; $0,316 \angle 71,56^\circ \Omega$; c) 6,87 V; 68,7 V; d) 236,87 V; 2231,3 V; e) 9,42; 10.
24. a) $\eta = 96,33 \%$. b) $A_1 = 46,16 \text{ A}$. c) C.R. = 5.56 %. d) $\epsilon_{cc} = 4,46 \%$. e) $\epsilon_{cc} = 3,72 \%$. f) $S_n = 100/2 \text{ kVA}$; $U_{1n} = 660 \text{ V}$; $U_{2n} = 380/\sqrt{3} \text{ V}$; $\epsilon_{cc} = 4,46 \%$; $P_{cc} = 700/3 \text{ W}$; $P_0 = 800/3 \text{ W}$; $I_0 = 0,4 \text{ A}$.
25. 4400 V; 4508 V; 53884 VA; 121192 VA.
26. a) 9,996 W. b) 25 W. c) 1115 VA; 225 V; 97 %. d) 727,3 VA; 97,32 %.
27. $2,78 + j 1,11 \Omega$.
28. a) $U_1 = 9441,60 \text{ V}$. b) $\eta = 97,28 \%$. c) $\eta_{\text{Max}} = 97,80 \%$. d) $S_{\eta_{\text{Max}}} = 24,05 \text{ kVA}$. e) $U_1 = 12134,70 \text{ V}$. f) $S_1 = 24,63 \angle 2,99^\circ \text{ kVA}$.
29. a) 0,0577 A; b) 2,81 W; 0,9375 %; c) 0,2433 A; d) 666,87 W; e) 554 W; f) 92,93 %.
30. a) paralelo. b) 4 motores. c) 3,24 motores. d) 1,406 %. e) 1,141 %.
33. a) $R_{cc} = 54 \Omega$; $X_{cc} = 72,54 \Omega$. b) $I_{cc} = 3798,36 \text{ A}$ (medida en el secundario). c) $U_1 = 15057,35 \text{ V}$; $\eta = 99,54 \%$. d) $S_1 = 180,44 + j106 \text{ kVA}$; $S_2 = 219,56 + j193,99 \text{ kVA}$.
35. a) $R_{cc} = 4,08 \Omega$; $X_{cc} = 14 \Omega$; $R_{Fe} = 60,75 \text{ k}\Omega$; $X_{\mu} = 45,56 \text{ k}\Omega$. b) $U_2 = 402,80 \text{ V}$. c) $P_{cu} = 1512 \text{ W}$. d) $I_c = 439,55 \text{ A}$.
36. a) $\approx 1 \text{ kW}$. b) $\approx 3 \text{ kW}$.

Bibliografía y lecturas recomendadas

- Ortega Gómez, Guillermo. "*Problemas resueltos de máquinas eléctricas*". Thomson, 2002.
- Sanz Feito, Javier. "*Máquinas eléctricas*". Prentice Hall, 2002.
- Fraile Mora, Jesús. "*Máquinas eléctricas*". McGraw-Hill, 2002.
- Ras, Enrique. "*Transformadores de potencia, de medida y de protección*". Marcombo, 1994.
- Cathey, Jimmie J. "*Electric machines: analysis and design applying Matlab*". McGraw-Hill, 2001.
- Ostovic, Vlado. "*Computer-Aided Analysis of Electric Machines: A Mathematica Approach*". Prentice Hall, 1994.